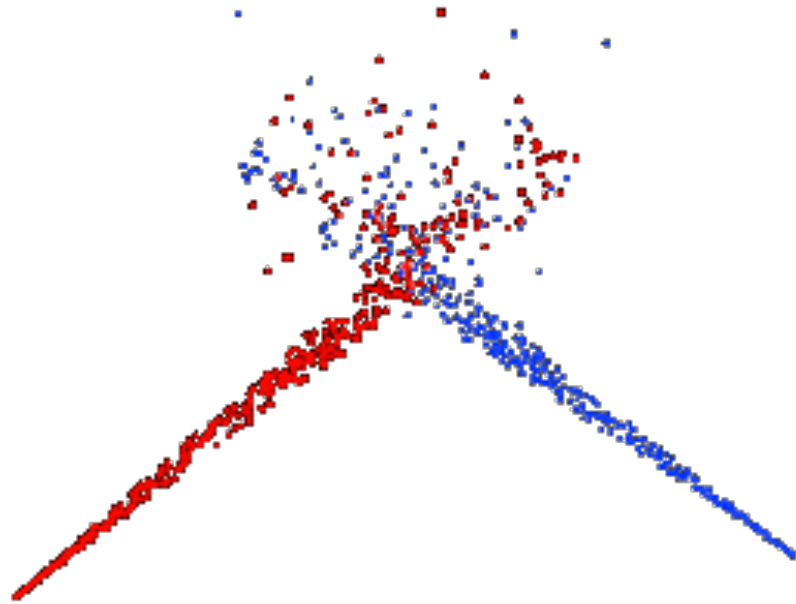


Física Moderna I



Partículas versus ondas



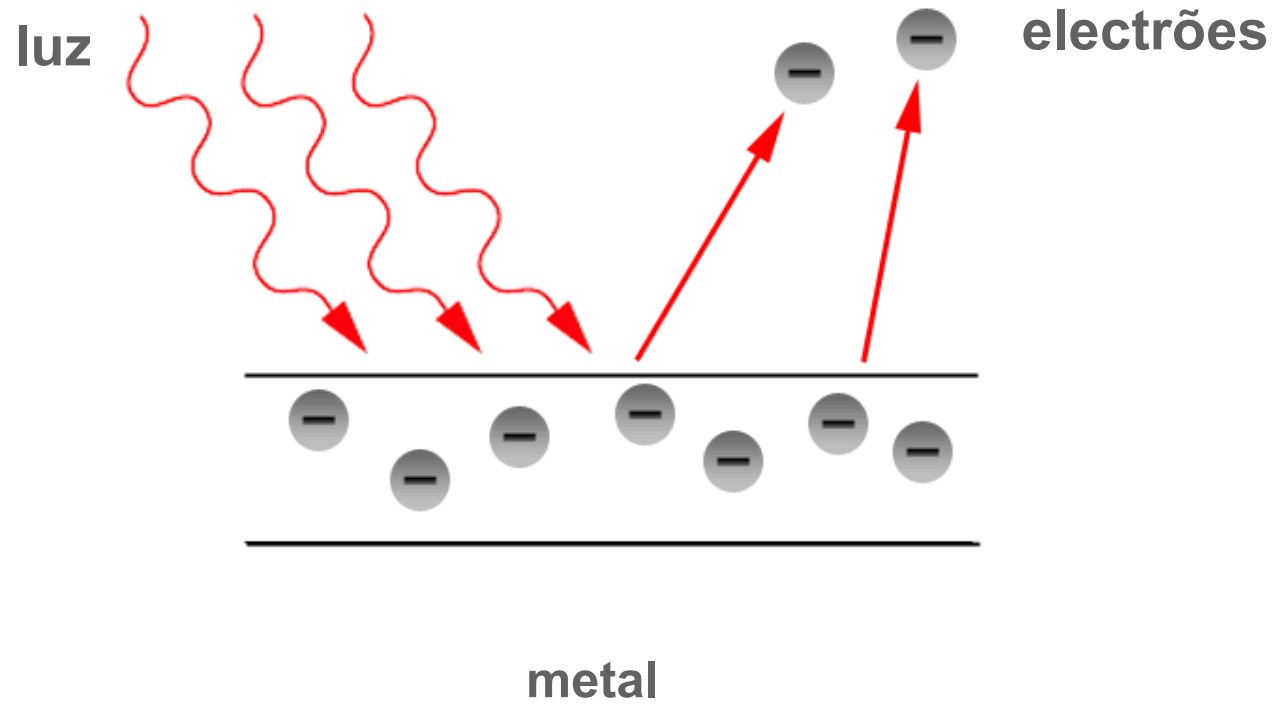
partículas

ondas

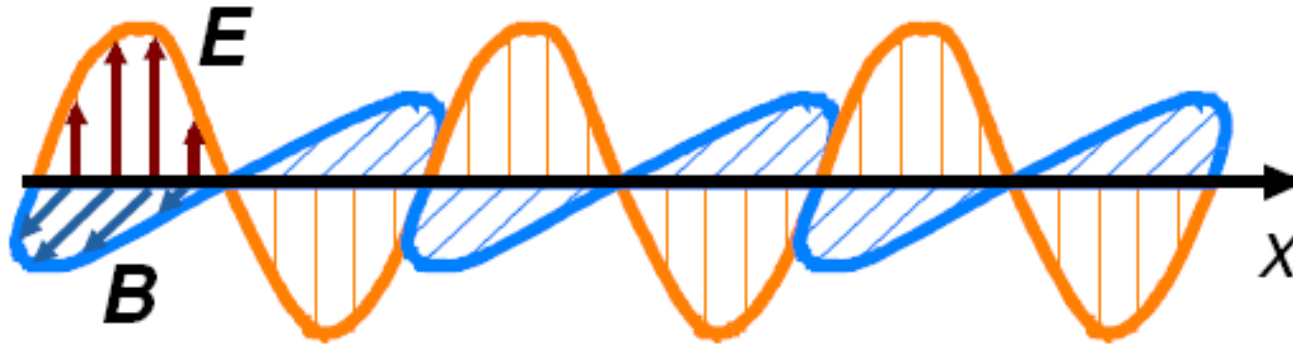


Efeito Fotoelétrico

- 1887 (Henrich Hertz) : descoberta do efeito fotoelétrico



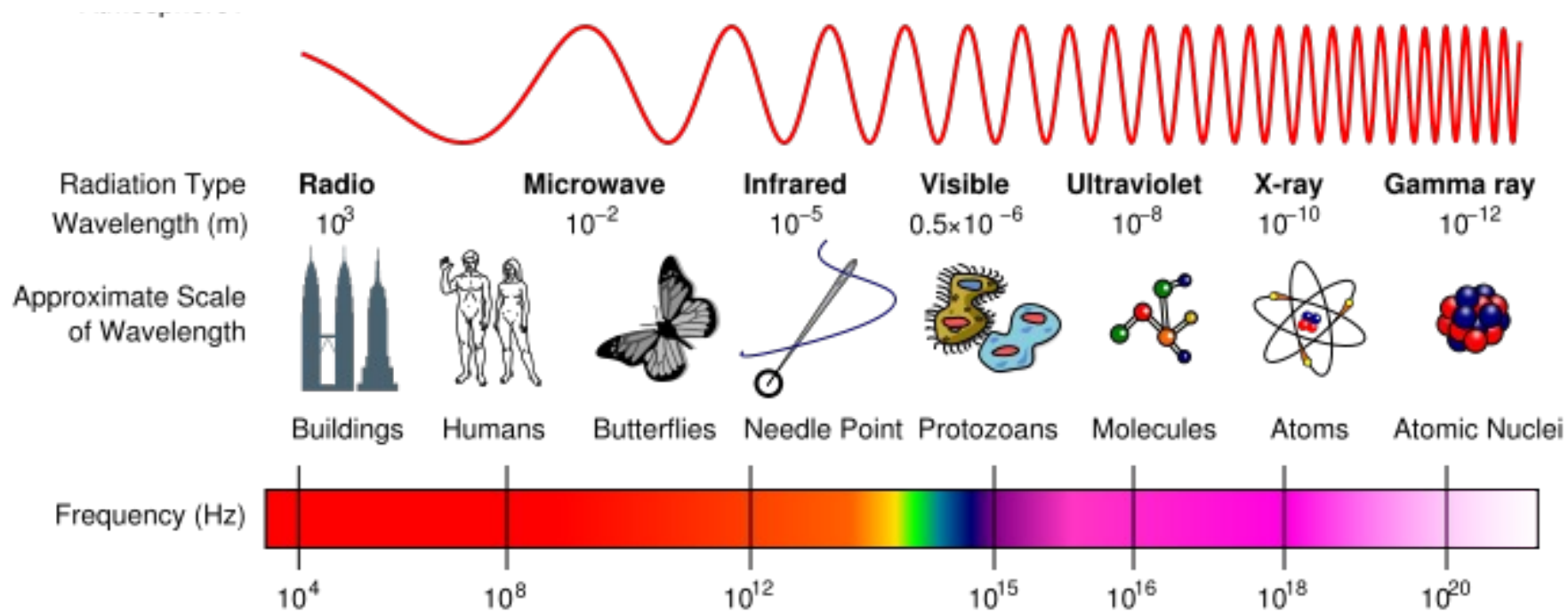
Luz: onda electromagnética



<http://www.walter-fendt.de/ph14e/emwave.htm>

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y} \\ \vec{B} &= B_0 \sin(kx - \omega t) \hat{z} \end{aligned} \right\} E_0 = cB_0$$

Espectro electromagnético: $10 \text{ Hz } (10^8 \text{ m}) \longrightarrow 10^{24} \text{ Hz } (10^{-16} \text{ m})$

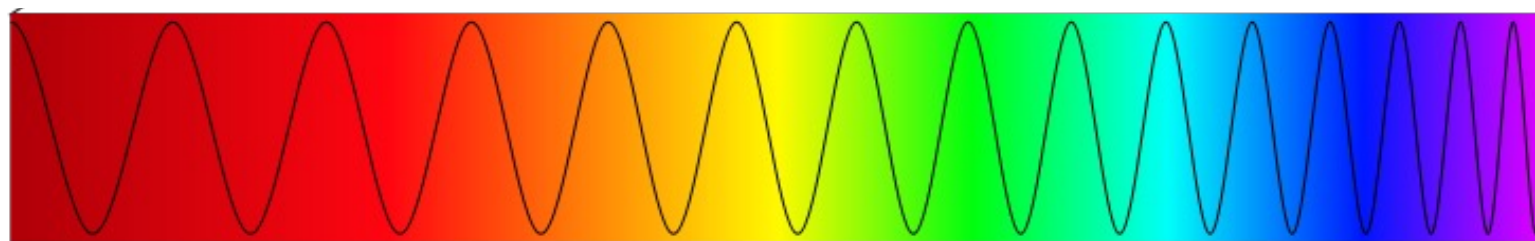


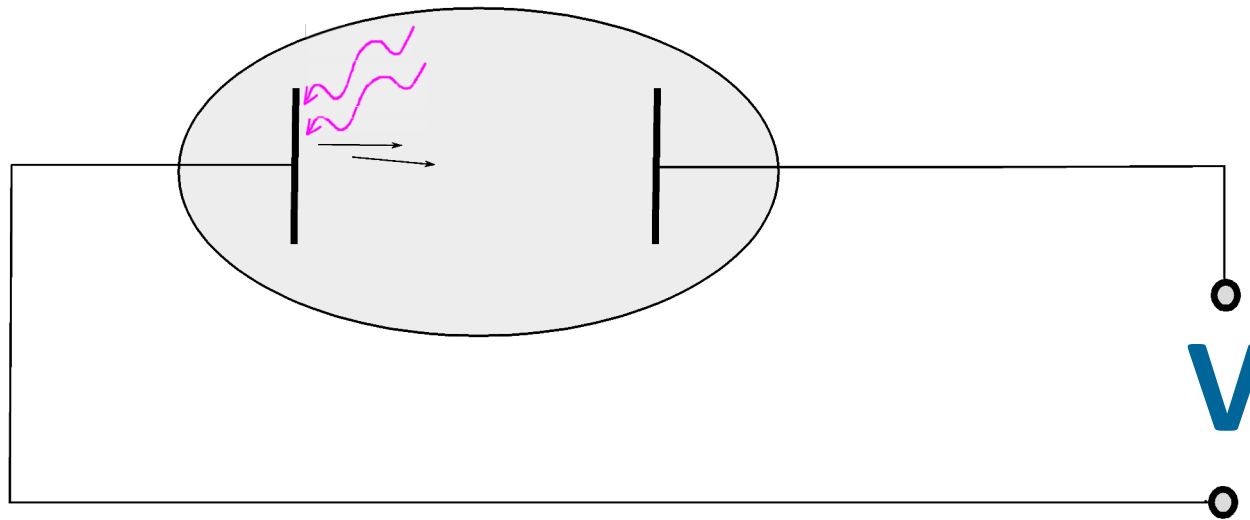
$$\lambda \nu = c$$

Espectro Visível


700 nm

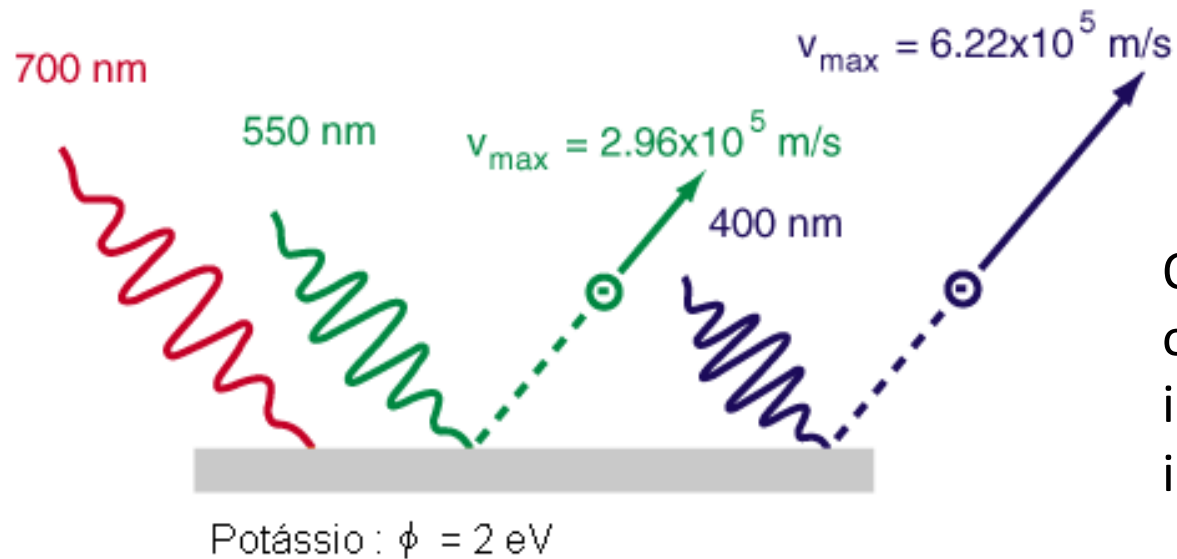
400 nm





- **$E_{c_{máx}}$ = Energia cinética máxima dos e^- emitidos** : energia dos electrões mais fracamente ligados aos átomos do metal
- **Potencial de paragem V_p** : A d.d.p. **V** gerada nos terminais em aberto vai aumentando até estabilizar no valor V_p ; Quando $V=V_p$ toda a energia cinética inicial dos fotoelectrões é convertida em energia potencial eléctrica. Assim,

V_p permite medir **$E_{c_{máx}}$**  **$E_{c_{máx}} = e V_p$**



O que esperamos observar quando varia:
 i) a Intensidade da luz ?
 ii) a frequência da luz ?

$$E_{\text{luz inc.}} = E_{\text{c max}} + \phi$$

Intensidade da onda electromagnética = Energia por unidade de tempo, por unidade de área

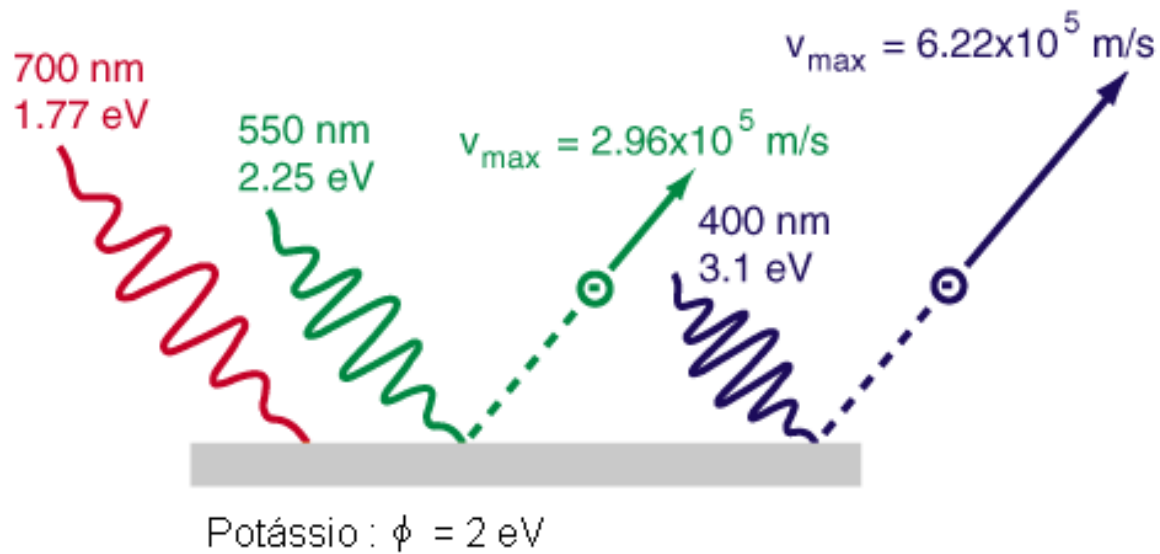
ϕ – função trabalho de um dado material

Previsões

- 1 – emissão de fotoelectrões deve depender de I e não de f
- 2 - aumento de I originaria um aumento da $E_c^{\text{máx}}$
- 3 – intervalo de tempo de alguns segundos entre exposição à radiação e emissão de fotoelectrões

Resultados obtidos experimentalmente

- 1 - a $E_c^{\text{máx}}$ não depende de I
- 2 – emissão de fotoelectrões apenas para $f > f_{\text{min}}$
(que depende do material)
- 3 - os fotoelectrões são emitidos instantaneamente



1905 (Einstein) : explicação do efeito fotoelétrico

1 fóton arranca 1 electrão do material

$$E_{C_{\max}} = E_{\text{luz inc.}} - \phi$$

$$e V = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{\text{luz inc.}} = h f$$

$$E_{C_{\max}} = h f - \phi$$

Explicação do efeito fotoelétrico por Einstein (1905)

Energia da onda quantificada como se se tratasse de “partículas” – os fótons : $E_{\text{fotão}} = h f$

explica a existência de uma **frequência limite** para a obtenção de fotoelectrões:

Se $E_{\text{fotão}} < \phi$ não há emissão; $h f_{\text{min}} = \phi$

- explica a **emissão instantânea**: a energia da frente de onda não tem de se distribuir pela área do átomo, 1 fóton é absorvido instantaneamente

- prevê que E_c^{max} **depende da frequência f mas não da intensidade I** ;

- I origina aumento de fotoelectrões emitidos, mas não o aumento da sua energia;

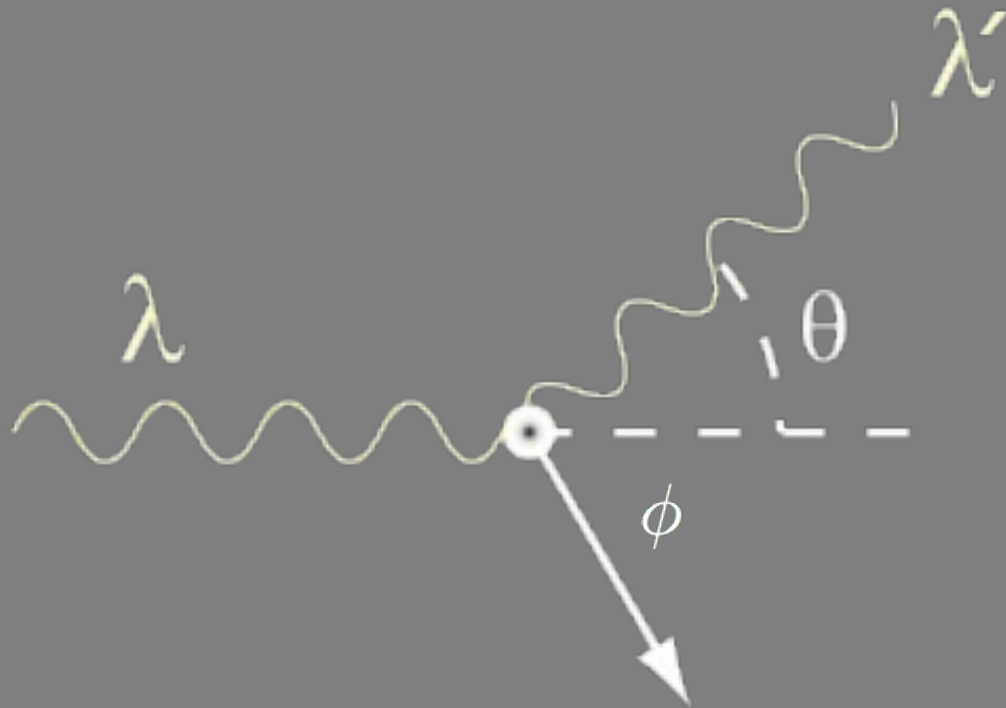
$$E_c^{\text{max}} = E_{\text{fotão}} - \phi = h f - \phi \quad \longrightarrow \quad E_c^{\text{max}} \text{ não depende de } I$$

A explicação do efeito fotoelétrico é o primeiro grande marco da

teoria quântica da luz :

A luz, que é uma onda eletromagnética, apresenta características **também** de partícula!

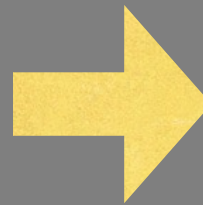
Efeito Compton



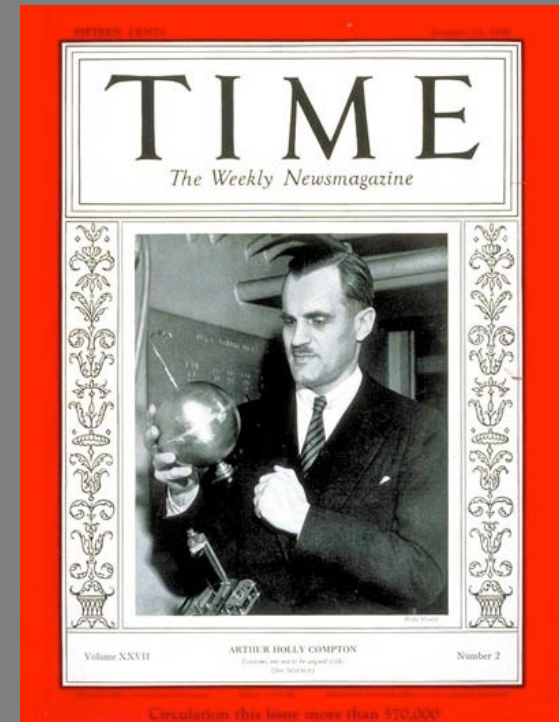
$$E + m_e c^2 = E' + E_e$$

$$p = p_e \cos \phi + p' \cos \theta$$

$$0 = p' \sin \theta - p_e \sin \phi$$



$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$



1927

Efeito Compton

Conservação do momento linear na direção do fóton incidente:

$$p = p_e \cos \phi + p' \cos \theta$$

$$\frac{h\nu}{c} = p_e \cos \phi + \frac{h\nu'}{c} \cos \theta$$

Conservação do momento linear na direção perpendicular:

$$0 = p' \sin \theta - p_e \sin \phi$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - p_e \sin \phi$$

Efeito Compton

$$p_e c \cos \phi = h\nu - h\nu' \cos \theta$$

$$p_e c \sin \phi = h\nu' \sin \theta$$

Quadrando e somando estas 2 equações obtemos:

$$p_e^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \theta + (h\nu')^2$$

Da conservação da energia, temos que:

$$E - E' = h\nu - h\nu' = E_e - m_e c^2 = E_e^c$$

onde E_e^c é a energia cinética do eletrão.

Efeito Compton

Por outro lado,

$$E_e = E_e^c + m_e c^2$$

e também

$$E_e^2 = (p_e c)^2 + (m_e c^2)^2$$

de onde,

$$p_e^2 c^2 = E_e^{c2} + 2m_e c^2 E_e^c$$

pelo que

$$p_e^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_e c^2 (h\nu - h\nu')$$

Efeito Compton

$$p_e^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \theta + (h\nu')^2$$

$$p_e^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_e c^2 (h\nu - h\nu')$$

Pelo que

$$2m_e c^2 (h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu') (1 - \cos \theta)$$

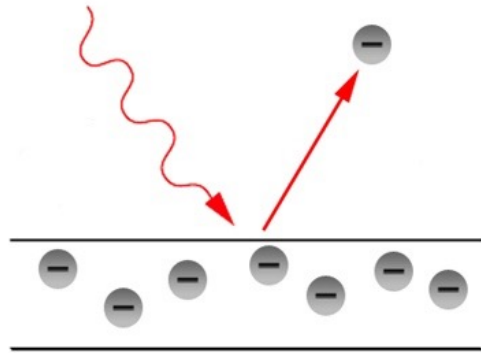
ou

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

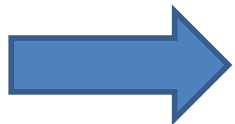
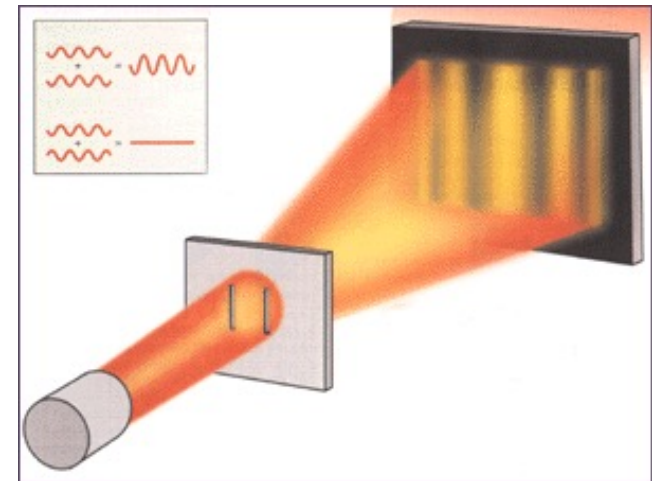
$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,426 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

Fotões e ondas electromagnéticas

- Há experiências que demonstram uma natureza corpuscular da luz (efeito fotoelétrico, efeito Compton)



- Há experiências que demonstram a natureza ondulatória da luz (interferência, difração)



A Luz tem uma natureza **dual** : dualidade onda-partícula

O que é um Fóton?

- a sua velocidade no vácuo é $c = 3 \times 10^8$ m/s ; $\lambda \nu = c$
- não tem massa ($m=0!$)
- transporta $E=h\nu$ e $p=h/\lambda$ ou
o que é equivalente, $E=\hbar\omega$ e $p=\hbar k$
- pode ser criado ou destruído quando há emissão ou absorção de radiação
- sofre colisões com outras partículas
- tem uma onda associada (eletromagnética)

Ondas de de Broglie

Se a luz se pode comportar como uma partícula será que uma partícula não poderá comportar-se como uma onda?

Para um **fotão**:

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



Louis de Broglie
(1924)

Ondas de de Broglie

- Talvez se possa associar a uma partícula material de energia E e momento linear p uma onda com frequência e comprimento de onda que satisfaçam as mesmas relações:

$$\nu = \frac{E}{h}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$p = \gamma m v$$

Exemplos de determinação de λ para algumas partículas:

a) Carro com 1000 kg e $v=180$ km/h $\rightarrow \lambda=10^{-38}$ m

b) Poeira : $m= 10^{-9}$ g e $v=1$ cm/s $\rightarrow \lambda=10^{-20}$ m

c) Elétron com $E_c=1$ eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J $\rightarrow \lambda=1,2$ nm = $1,2 \times 10^{-9}$ m

d) Elétron com $E_c=100$ MeV $\rightarrow \lambda=12$ fm = 12×10^{-15} m

Para observar comportamento ondulatório: $\lambda \approx d$



Só detectável para partículas atômicas e nucleares

Exemplo 1.2.1 : Determine o comprimento de onda de

Um carro de massa $m = 1000$ kg e velocidade $v = 50$ m/s (180 km/h).

Uma poeira de massa $m = 10^{-9}$ g e velocidade $v = 1$ cm/s.

Um elétron com energia cinética $E_c = 1$ eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J.

Um elétron com energia cinética $E_c = 100$ MeV

Resolução:

Se usarmos a relação de de Broglie temos

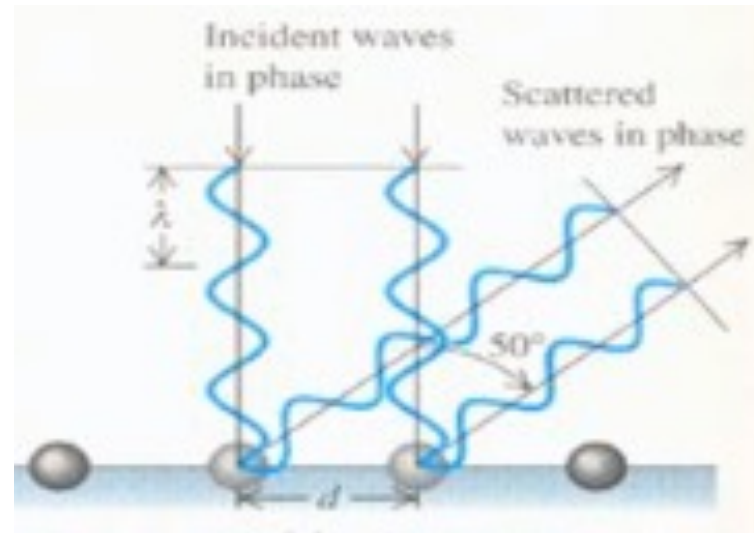
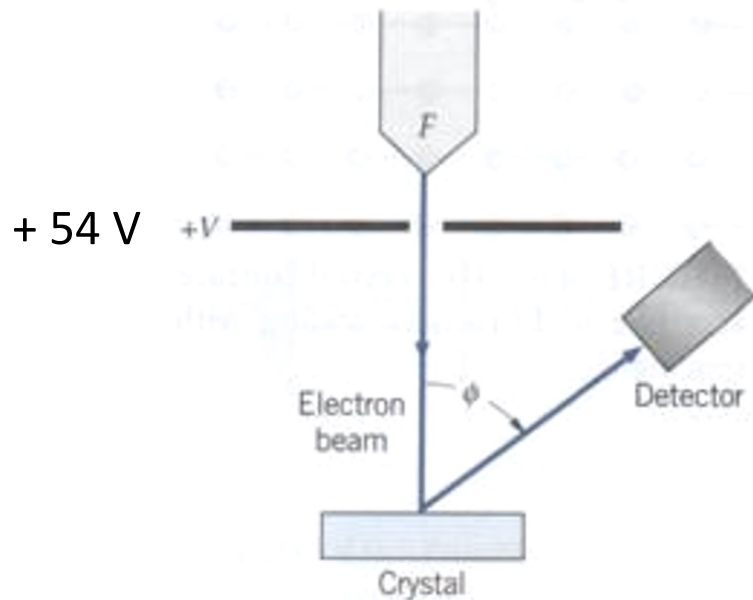
$$\lambda_{\text{carro}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{1000\text{kg} \times 50\text{m/s}} = 1,32 \times 10^{-38} \text{ m} \quad ,$$

$$\lambda_{\text{poeira}} = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{10^{-12}\text{kg} \times 10^{-2}\text{m/s}} = 6,6 \times 10^{-20} \text{ m} \quad ,$$

$$\text{elétron não relat. de 1eV : } \lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 1,2 \text{ nm} = 1,2 \times 10^{-9} \text{ m} \quad ,$$

$$\text{elétron relativista 100 MeV : } \lambda_e = \frac{h}{p} \approx \frac{hc}{E_c} = 12 \text{ fm} = 1,2 \times 10^{-14} \text{ m} \quad .$$

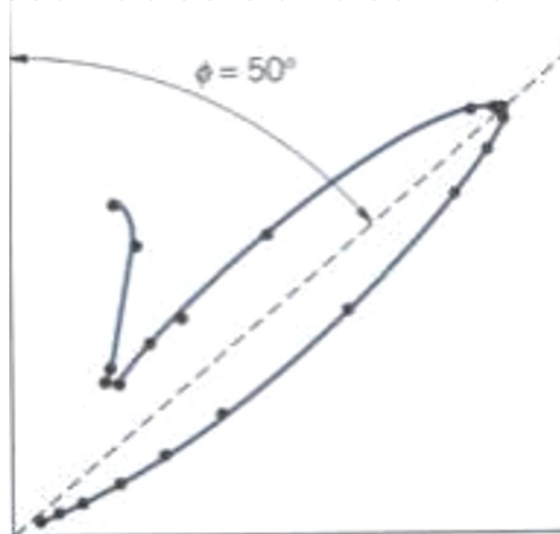
Experiência de Davisson-Germer (1926)



Cristal de Ni

Resultados obtidos: máximo para $\theta = 50^\circ$

$$d \sin \theta = \lambda$$



Para Ni, $d=0,215 \text{ nm}$ (conhecido da difração de RX)

$$\lambda = d \sin \theta = 0,165 \text{ nm}$$

Mas a energia dos elétrons é $E=54 \text{ eV}$ e $E=p^2/2m$

Pela relação de de Broglie

$$\lambda = h/p = 0,167 \text{ nm}$$

Porquê Mecânica Quântica ?

- A energia está quantizada - hipótese dos quanta de Einstein:

$$E = hf = \hbar\omega \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- As partículas têm uma onda associada – hipótese de de Broglie :

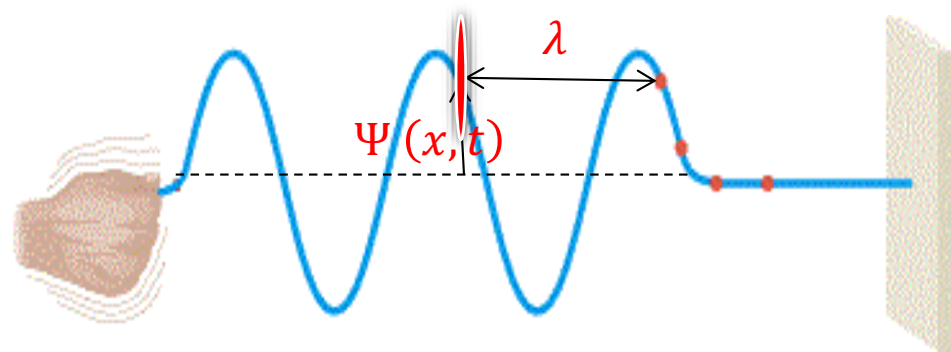
$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ é o número de onda}$$

Porquê Mecânica Quântica ?

- Se uma partícula tem um λ (ou k) tem de existir uma função de onda $\Psi(x, t)$ associada à partícula.

Numa corda:

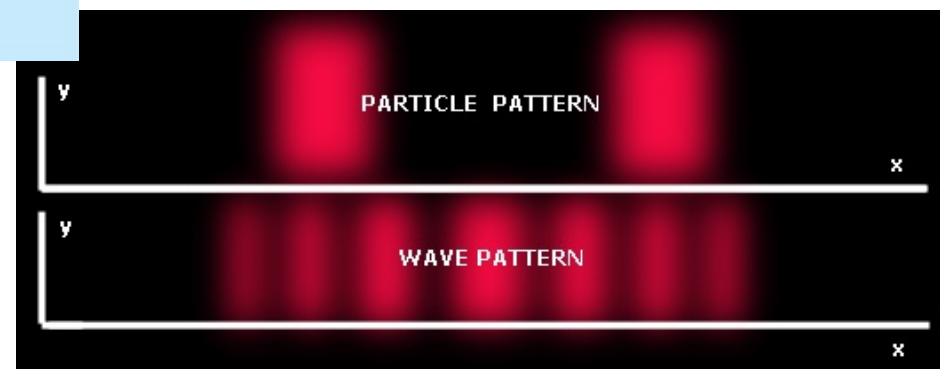
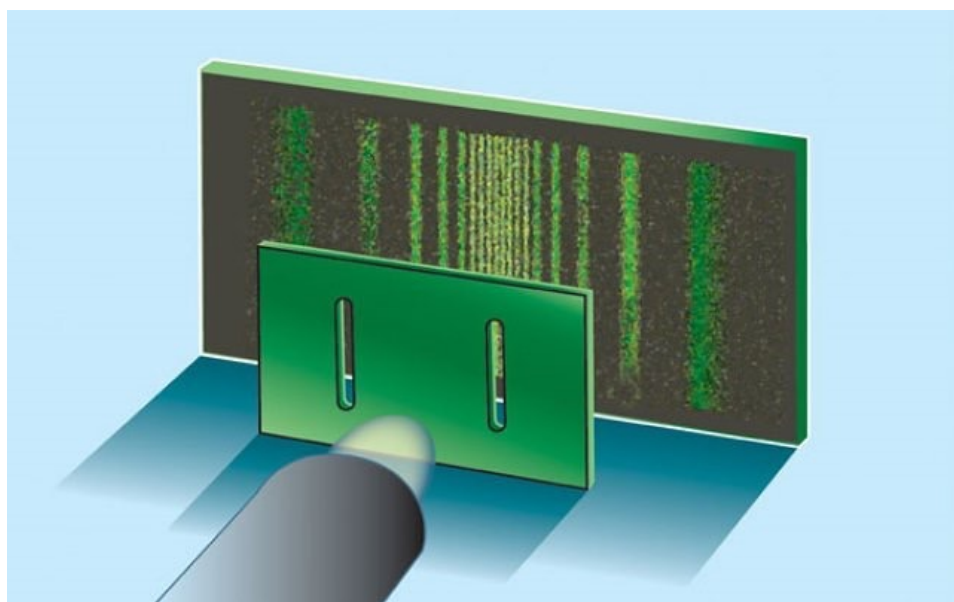
$$\Psi(x + \lambda, t) = \Psi(x, t)$$



O que significa $\Psi(x, t)$ para uma partícula?

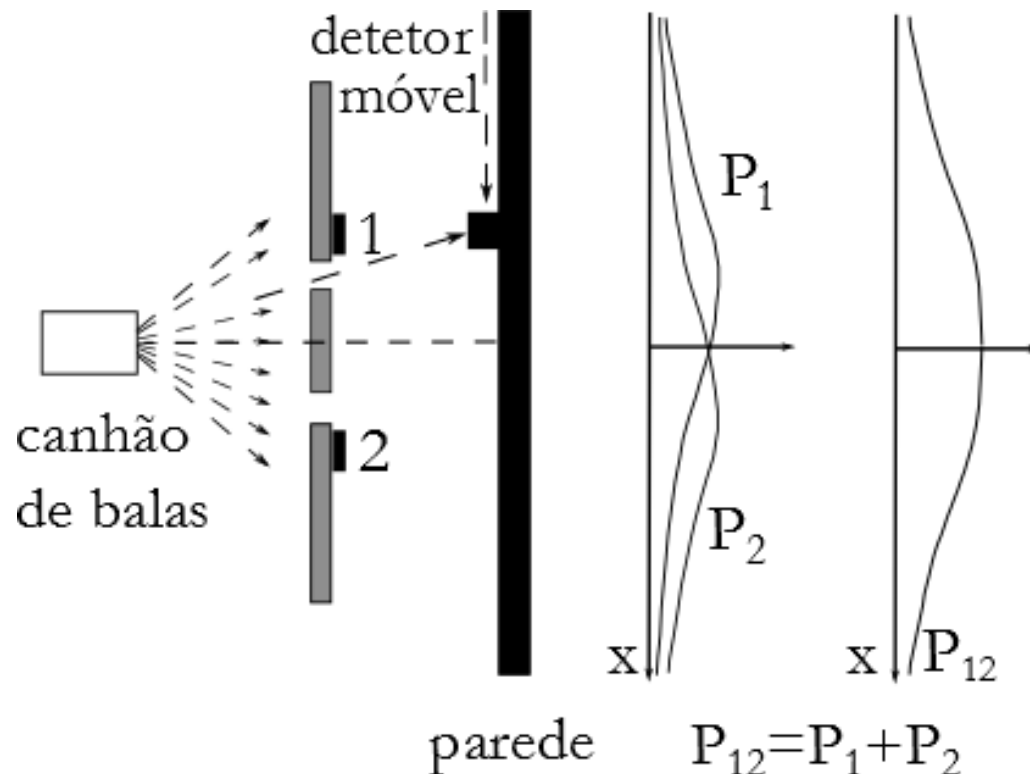
Posso medir? Qual é a sua forma? Como se obtém?

Experiência de Young da fenda dupla



Experiência* da fenda dupla

Com balas

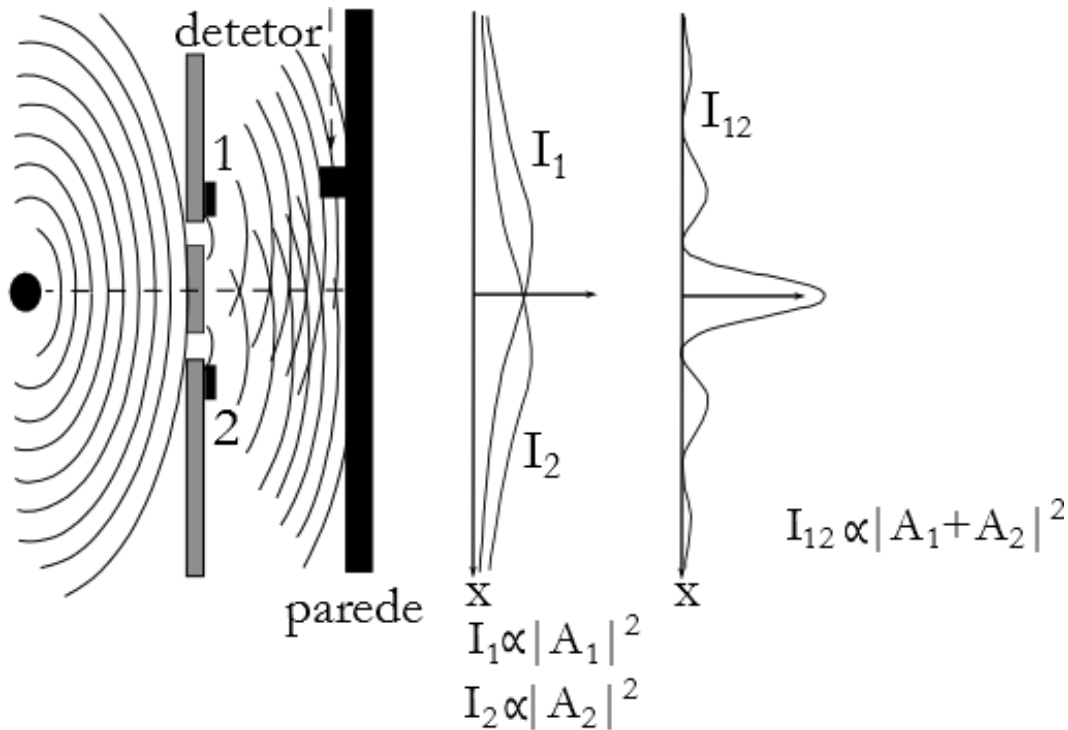


- As balas vêm em pacotes: ou se deteta uma bala inteira ou não se deteta
- O resultado da medida é uma probabilidade de presença : $P(x) = \frac{n_x}{n}$
- Se ambas as fendas estão abertas: $P_{12} = P_1 + P_2$

experiência pensada proposta em Feynman Lectures on Physics

Experiência da fenda dupla

Com som

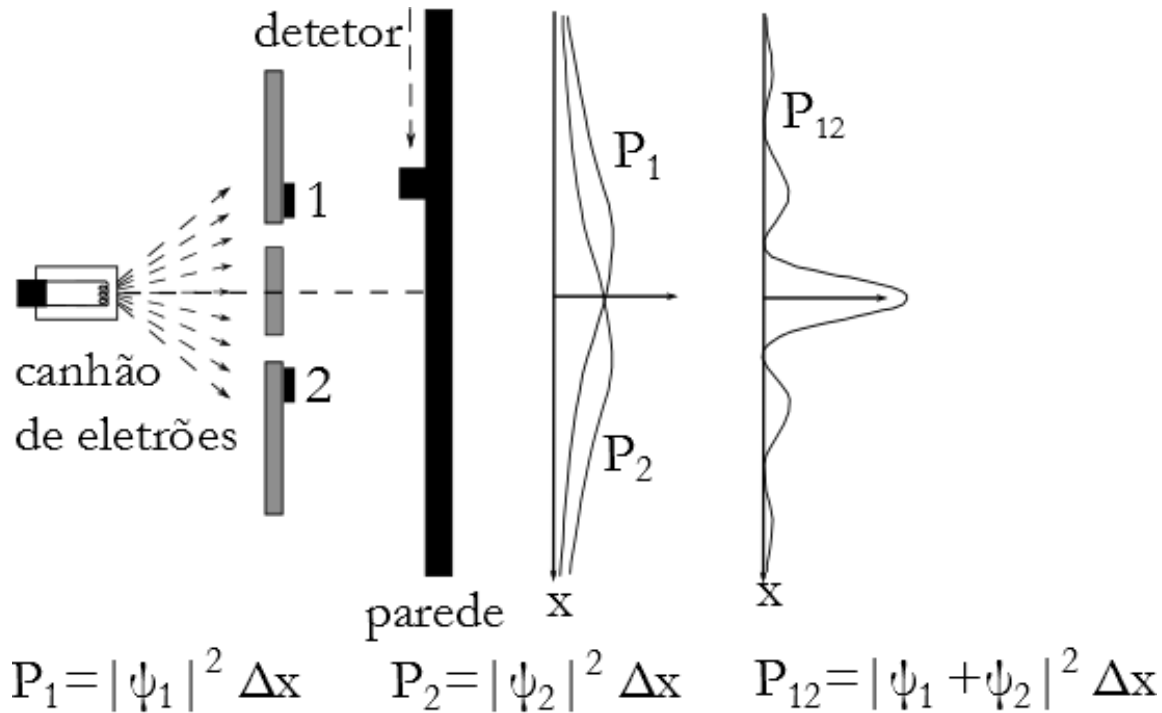


- As ondas não vêm em pacotes: a intensidade pode ter qualquer valor
- O resultado da medida é uma intensidade $I \propto |A|^2$, onde A é amplitude

Se ambas as fendas estão abertas: $I_{12} \neq I_1 + I_2$
há interferência

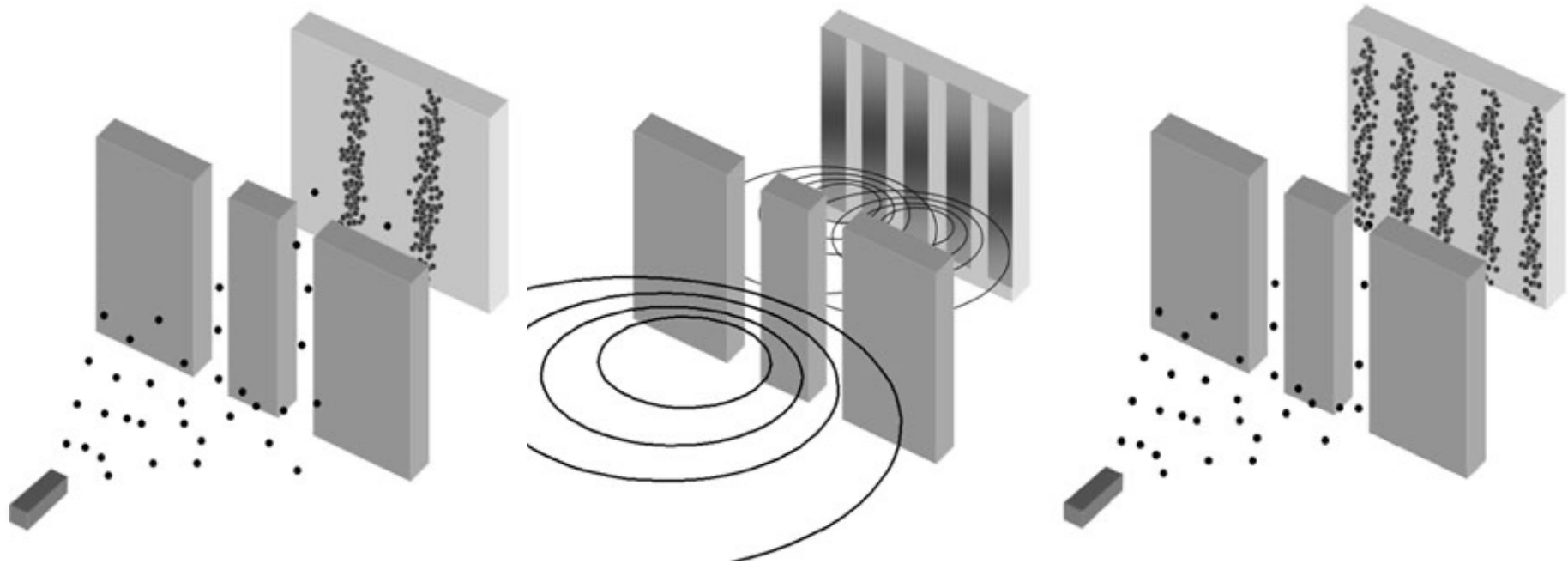
Experiência da fenda dupla

Com elétrons (ou com fótons)



- Os elétrons vêm em pacotes como balas: ou se deteta um elétron ou não se deteta
- O resultado da medida é uma probabilidade de presença : $P(x) = \frac{n_x}{n}$
- Mas ... se ambas as fendas estão abertas:
 $P_{12} \neq P_1 + P_2$
Há interferência !

Experiência da fenda dupla



Os elétrons são detetados como balas mas ...

...a probabilidade de deteção P comporta-se como uma Intensidade de uma função de onda Ψ :

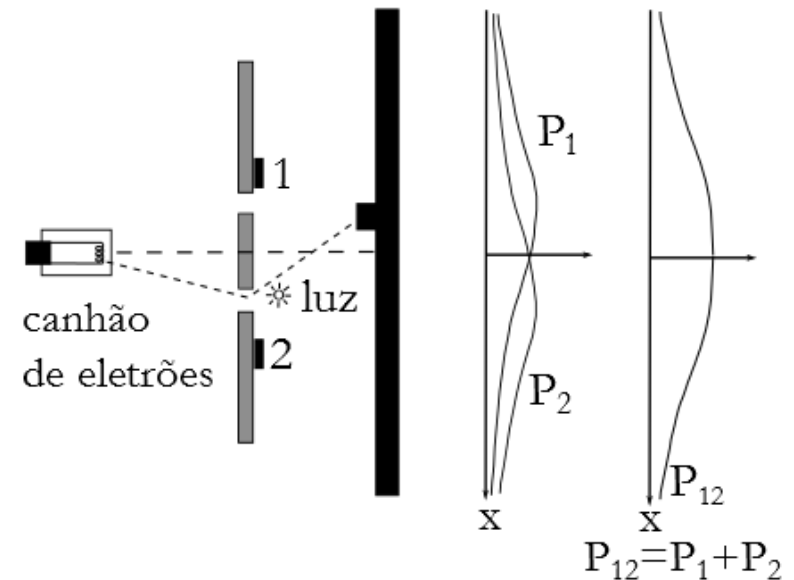
$$P = |\Psi|^2 \Delta x$$

Por qual das fendas passa a partícula?

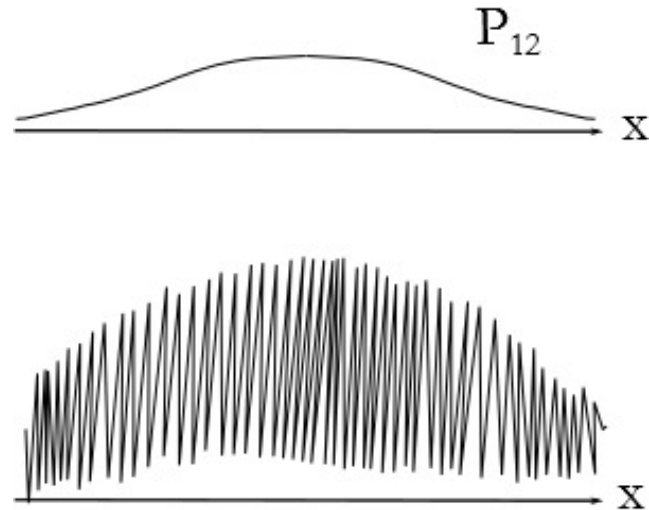
- O padrão de interferência aparece mesmo que seja enviado um elétron de cada vez!
- Se tentarmos "ver" por onde passa o elétron, desaparece a interferência $P_{12} = P_1 + P_2$:

A observação perturba o sistema!

Não há nenhuma experiência capaz de dar uma resposta à pergunta "por qual das fendas passa a partícula" sem alterar o estado do sistema !!



Com balas



- As balas são partículas com $\lambda=h/p$: Porque não vejo interferência?
- λ para as balas é muito pequeno: só consigo ver o valor médio de P_{12}

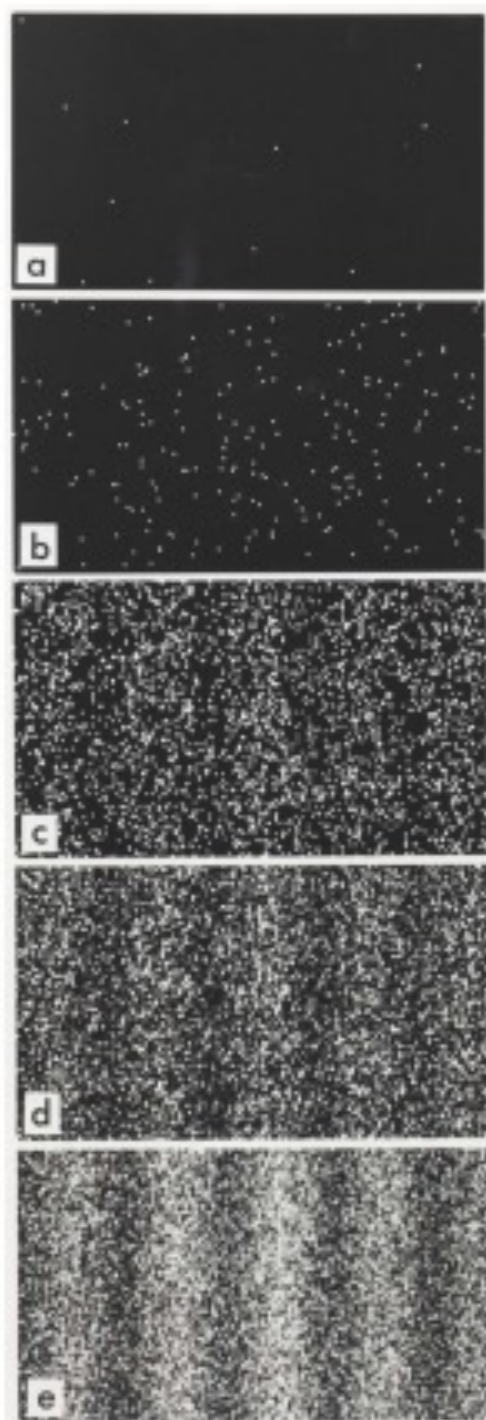


Figura 1.15: Acumulação progressiva de um padrão de interferência numa experiência de fenda dupla com elétrons. O número de elétrons no alvo é de 10 (a), 200 (b), 6000 (c), 40000 (d) e 140000 (e), respectivamente.

Experiência da fenda dupla

