OLIMPÍADAS REGIONAIS DE FÍSICA 2007

Prova Teórica Escalão B

Proposta de resolução

A Super-Terra

1 - (a) A partir de

$$mg_{\mathrm{ST}} = G\frac{mM}{R^2} \text{ podemos escrever } g_{\mathrm{ST}} = G\frac{5M_{\mathrm{T}}}{(1,5R_{\mathrm{T}})^2}\,,$$

de onde se conclui que

$$g_{\mathrm{ST}} = \frac{20}{9}\,g \simeq 2,22\,g\,.$$

(b) A velocidade mínima a comunicar à sonda (velocidade de escape) na Super-Terra obtém-se a partir da conservação da energia mecânica:

$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{esc}}^2 - G\frac{mM}{R} = 0\,.$$

Substituindo os valores dados obtém-se

$v_{\mathrm{esc}} \simeq 20,4$ km/s.

2 - (a) A partir da lei de Wien, $\lambda_{\max} T = B$, obtém-se $T \simeq 3800\,\mathrm{K}$.

(b) De acordo com a lei de Stefan-Boltzmann, a potência radiada por unidade de área, pela anã vermelha, é $I = \sigma T^4 = 1,198 \times 10^7$ W/m^2.

A potência total radiada pela estrela é $L_{\mathrm{Gliese}} = 4\pi R_{\mathrm{Gliese}}^2\, I = 3,572 \times 10^{24}$ W.

A potência recebida por metro quadrado na Super-Terra é

$$P_{\mathrm{rec.}} = \frac{1}{2}\frac{3,572 \times 10^{24}}{4\pi(1,095 \times 10^{10})^2} = 1,185 \times 10^3 \mathrm{W/m^2}.$$

O albedo será, então

$$\alpha = \frac{P_{\mathrm{rec.}} - P_{\mathrm{abs.}}}{P_{\mathrm{rec.}}} \simeq 0,49\,.$$

A pensar nas Olimpíadas

3 - (a) As forças aplicadas ao cubo, assente sobre o plano inclinado, são o peso do cubo, $\vec{P} = m\vec{g}$, a força de reacção normal que o plano exerce sobre o cubo, $\vec{N}$, e a força de atrito, $\vec{F}_\mathrm{a}$.

Em equilíbrio: $F_\mathrm{a} = P \sin 28^\mathrm{o}$ e $N = P \cos 28^\mathrm{o}$. Quando o cubo está na iminência de deslizar, $F_\mathrm{a} = \mu_\mathrm{e} N$.

Das expressões anteriores obtém-se $\mu_\mathrm{e} = \tan 28^\mathrm{o}$, ou seja, $\mu_\mathrm{e} = 0,53$.

(b) Como o cubo demora 0,6 s a descer o plano inclinado de comprimento $\ell = 0,5$ m, usando a expressão $\ell = at^2/2$, obtém-se $a \simeq 2,78$ m/s^2. A partir da segunda lei de Newton, $mg \sin 40^\mathrm{o} - F_\mathrm{a} = ma$, calcula-se $F_\mathrm{a} = 0,36$ N.

(c) Na base do plano inclinado (ponto B), $v_\mathrm{B} = at$ e, portanto, $v_\mathrm{B} \simeq 1,67$ m/s.

Usando a conservação da energia mecânica

$$\frac{1}{2}mv_\mathrm{B}^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_\mathrm{C}^2\,,$$

determina-se a velocidade do cubo ao tocar o chão (ponto C), $v_\mathrm{C} \simeq 4,33$ m/s.