Olimpíadas de Física 2007

Resolução da prova nacional

Prova Teórica - Escalão B

Sociedade Portuguesa de Física

23/Junho/2007

I Combate aos incêndios

1. Representando numa figura as forças que actuam sobre o reservatório de água, concluímos que:

$$T_y = P = mg = 6,20 \times 10^3 \text{ N}.$$

Por outro lado,

$$F_a = T_x,$$

e, da figura,

$$\frac{T_x}{T_y} = \tan 40°.$$

Então

$$F_a = T_y \tan 40° = 5,20 \times 10^3 \text{ N}$$

2. A força de resistência do ar será a mesma, uma vez que a velocidade não mudou. Portanto, a componente T'_x da tensão do cabo, que é igual à força de resistência do ar, terá o mesmo valor de T_x da alínea anterior:

$$T'_x = 5,20 \times 10^3 \text{ N}.$$

Na nova situação temos que

$$\frac{T'_x}{T'_y} = \tan 7°,$$

de onde se obtém

$$T'_y = \frac{T'_x}{\tan 7°} = 4,24 \times 10^4 \text{ N}.$$

Por outro lado,

$$T'_y = mg + m'_{\text{agua}} g,$$

de onde podemos calcular

$$m'_{\text{agua}} g = 3,62 \times 10^4 \text{ N}.$$

Esta massa de água corresponde a cerca de 3600 litros de água.

II O ressalto da bola

1. Aplicando o princípio da conservação da energia ao movimento da bola até tocar no solo com velocidade v_1, obtemos a relação

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Depois do ressalto a bola sai com velocidade v_2 e sobe até uma altura h'. Aplicando de novo a conservação da energia, obtemos

$$mgh' = \frac{1}{2}mv_2^2.$$

Dividindo membro a membro estas duas equações, obtemos

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{h'}{h}.$$

Por outro lado, da definição de coeficiente de restituição, $v_2 = ev_1$. Substituindo na equação anterior, obtemos que

$$h' = e^2 h$$

2. Fazendo um gráfico de h' em função de h para vários ressaltos obteremos uma recta de declive $m = e^2$.

Extraindo o declive da recta a partir do gráfico dos dados experimentais, podemos calcular o coeficiente de restituição

$$e = \sqrt{m} = \sqrt{\tan\alpha}$$

onde α é a inclinação da recta.

III A carga elementar

1. Quando a gota se desloca com a velocidade terminal a sua aceleração é nula e portanto a resultante das forças que actuam sobre a gota é nula. Estas forças são o peso da gota $\vec{P}$ e a força de resistência do ar, $\vec{F_a}$.

Ora, $P = mg$ e $F_a = 6\pi\eta r v_t$, pelo que a resultante será nula quando

$$mg = 6\pi\eta r v_t$$

Atendendo a que a massa da gota é dada pela expressão $m = \rho V = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$,

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\eta r v_t$$

de onde se deduz que

$$r^2 = \frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho g}v_t$$

e

$$r = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho g}v_t}$$

2. Nesta situação a força eléctrica sobre a gota, $\vec{F}_e = q\vec{E}$, aponta para cima, enquanto que o peso, $\vec{P}$, e a força de resistência do ar, $\vec{F}_a$, apontam para baixo (o sentido desta última força é sempre contrário ao do movimento da gota). Mais uma vez, estas forças têm de estar equilibradas na situação em que a gota se desloca com movimento uniforme, neste caso com a velocidade terminal v_t'. Do equilíbrio das forças temos que

$$mg + 6\pi\eta r v_t' = qE.$$

como $mg = 6\pi\eta r v_t$, podemos ainda escrever a equação na forma

$$6\pi\eta r v_t + 6\pi\eta r v_t' = qE$$

obtendo-se

$$q = \frac{6\pi\eta r}{E}\left(v_t + v_t'\right)$$

.

Substituindo r pela expressão obtida na alínea anterior, vem

$$q = \frac{6\pi\eta}{E}\sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho g}v_t}\left(v_t + v_t'\right)$$

ou, simplificando,

$$q = \frac{18\pi}{E}\sqrt{\frac{\eta^3 v_t}{2\rho g}}\left(v_t + v_t'\right)$$

3. Quando a gota estrá em equilíbrio, $P = F_e$, pelo que

$$\frac{4}{3}\pi\rho r^3 g = qE.$$

O campo eléctrico que equilibra a gota é

$$E = \frac{4}{3}\pi\frac{\rho r^3 g}{q}.$$

Substituindo valores, obtém-se

$$E = 1,74 \times 10^6 \ \mathrm{NC^{-1}}$$