

# Computadores e Programação

1ª Frequência

23 de Novembro de 2005

Duração 2 h 30 min

1. Um método muito simples de encriptação de mensagens consiste em substituir cada letra da mensagem por uma outra letra do alfabeto que dela se encontra afastada uma distância fixa  $d$ . O *código de César*<sup>1</sup> usa  $d = 3$ , pelo que a letra A será substituída pela letra D, a B pela E, e assim sucessivamente. Quando o deslocamento atinge o fim do alfabeto, continua-se no início, pelo que Y é substituído por B e X por C.

Um encriptador (cifrador) idêntico mas com  $d = 13$  foi muito utilizado na *internet* para codificar mensagens humorísticas (algumas de gosto duvidoso!) enviadas por e-mail. Este encriptador é conhecido pelos *hackers* por ROT13. Uma propriedade curiosa deste cifrador é a de o “decifrador” coincidir com o “cifrador”. De facto, aplicando uma segunda vez o algoritmo ROT13 a uma mensagem por ele encriptada, decifraremos a mensagem<sup>2</sup>!

Escreva um programa que implemente o cifrador “ROT13” e use-o para codificar a seguinte frase: WHO ORDERED THE SPANISH INQUISITION?.

Teste o seu programa verificando que a reencriptação da frase criptada regenera a frase original.

Nota: Considere que a mensagem é sempre escrita em maiúsculas. Os caracteres que não são letras do alfabeto não são alterados no processo de encriptação.

2. Escreva um programa para encontrar todos os números inteiros  $M$  de  $k$  dígitos ( $2 \leq k \leq 6$ ) tais que  $L = k \times M$  é um número cujos dígitos são uma permutação circular dos dígitos de  $M$ . É o que acontece com o número 142857, visto que

$$\mathcal{P}_{142857} = \{142857, 714285, 571428, 857142, 285714, 428571\}$$

e  $6 \times 142857 = 857142 \in \mathcal{P}$ .

Existirão outros números com esta propriedade?

3. Pode demonstrar-se que a *equação diofantina*

$$\frac{m}{x} + \frac{n}{y} = \frac{1}{p},$$

onde  $m, n, p$  são inteiros, tem um número finito de soluções  $x, y \in \mathbb{Z}$ . Por exemplo, se  $m = 1$ ,  $n = 2$  e  $p = 4$ , uma das soluções é  $x = 2$  e  $y = -8$  (verifique!) e existem outras 10 soluções distintas.

Escreva um programa que encontre todas estas soluções!

---

<sup>1</sup>Assim chamado por ter sido utilizado por Júlio César para encriptar as mensagens escritas enviadas às suas armadas.

<sup>2</sup>Alguns programas como o “Outlook” da Microsoft permitem a decifração automática das mensagens codificadas em ROT13 - **não** use este código para encriptar o seu e-mail!