

# Computadores e Programação

Exame – Prova prática

20 de Janeiro de 2006

Duração 2 h 30 min

1. Um *número autodescritivo* é um número inteiro de 10 dígitos  $d_0d_1\dots d_9$  tal que  $d_0$  é o número de algarismos “0” que existem no número,  $d_1$  o número de “1”s, e assim sucessivamente. Demonstre que existe apenas um único número autodescritivo, que a soma dos seus dígitos é 10, e que é um múltiplo de 10. Escreva um programa para determinar esse número!
2. Issac Newton descobriu, usando o cálculo integral da sua autoria, uma série que converge com alguma rapidez para o número  $\pi/2$ :

$$\frac{\pi}{2} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{(2n+1)!!} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \dots = 1 + \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{2}{5} \left( 1 + \frac{3}{7} \left( 1 + \frac{4}{9} (1 + \dots) \right) \right) \right)$$

Escreva um programa para calcular  $\pi$  com uma precisão de 12 casas decimais usando esta série.

3. Uma partícula descreve um movimento aleatório unidimensional de 15 passos partindo da origem ( $x = 0$ ). Em cada passo a partícula anda uma distância  $d$  (salto) para a esquerda ( $x < 0$ ) ou para a direita ( $x > 0$ ). O sentido de cada salto é aleatório, com probabilidade  $p$  de ocorrer para a direita. Simule 10000 movimentos desta partícula e efectue o histograma da sua posição ao fim de cada caminho (15 passos). Calcule, a partir deste histograma, a posição média da partícula e a variância da posição para o caso em que  $p = 0.75$ .