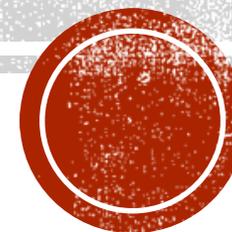


# ELETROMAGNETISMO IV

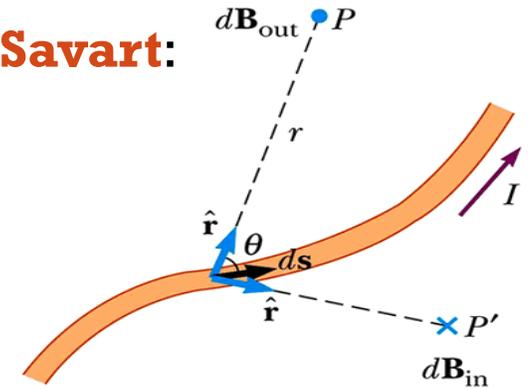
Filipa Borges



# CAMPO MAGNÉTICO

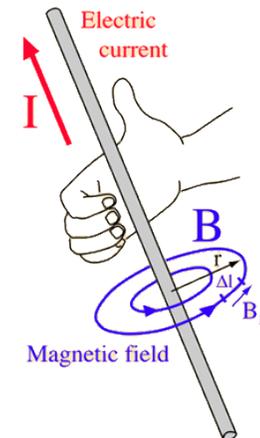
- Vimos na última aula que cargas em movimento (correntes) dão origem a campos magnéticos.
- Os campos magnéticos podem ser calculados aplicando a **lei de Biot-Savart**:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$



- Ou aplicando a **lei de Ampère**, em casos de distribuições de correntes com bastante simetria:

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

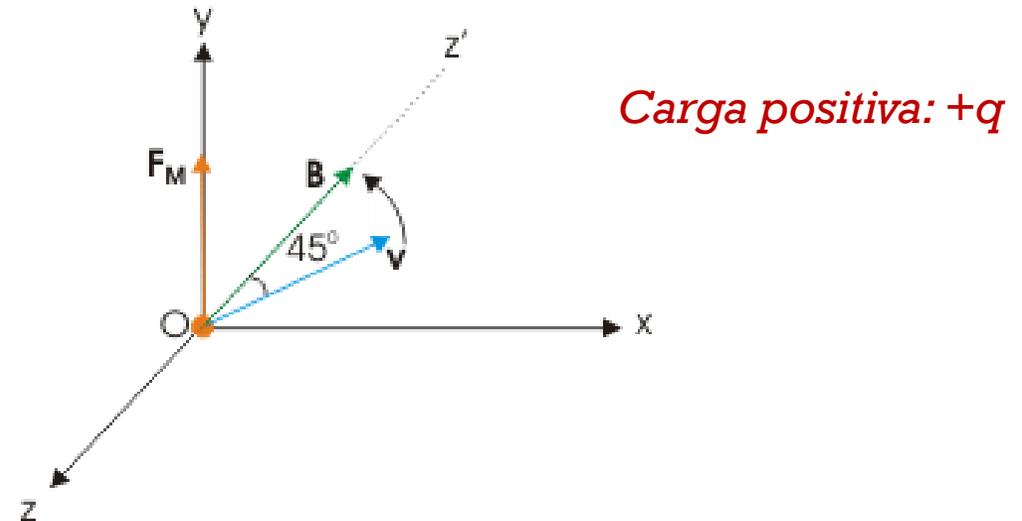
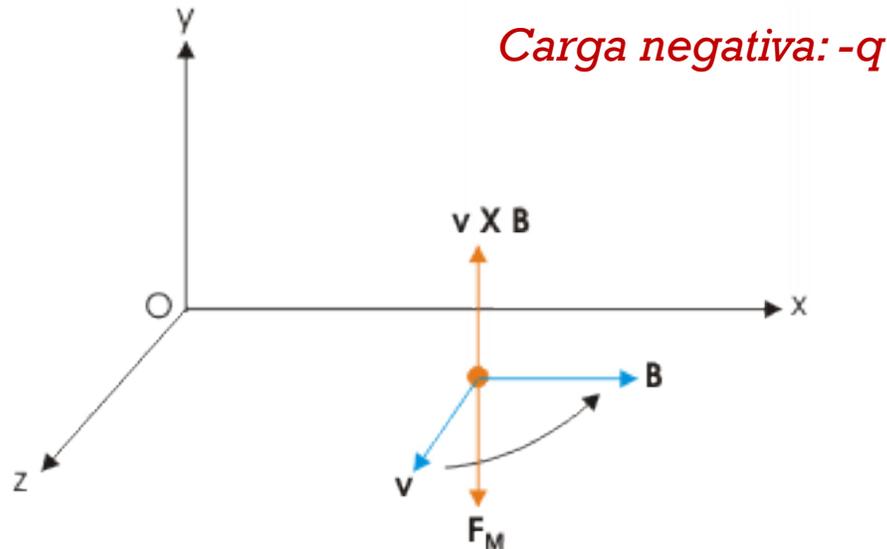


# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CARGAS EM MOVIMENTO - FORÇA DE LORENTZ

- Esta força obtém-se a partir de:  $\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$
- Deste modo a sua grandeza é dada por (onde  $\theta$  é o ângulo entre  $v$  e  $B$ ):

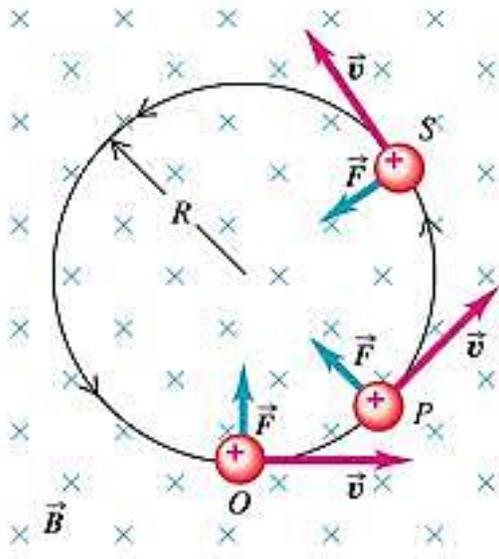
$$F_M = qvB \sin\theta$$

- A direção é perpendicular ao plano formado por  $v$  e  $B$ ;
- O sentido é dada pela “regra do produto vetorial/regra da mão direita”;



# CASO DE $v \perp B$

- Neste caso,  $F_M = qvB$  com direção perpendicular ao plano formado por  $v$  e  $B$ , ou seja a força é sempre perpendicular à velocidade!
- Supondo que só atua a força magnética, qual o tipo de movimento que a carga vai descrever?



$$F_M = qvB \text{ constante e perpendicular a } v$$

$$F_M = \frac{mv^2}{r} = qvB$$

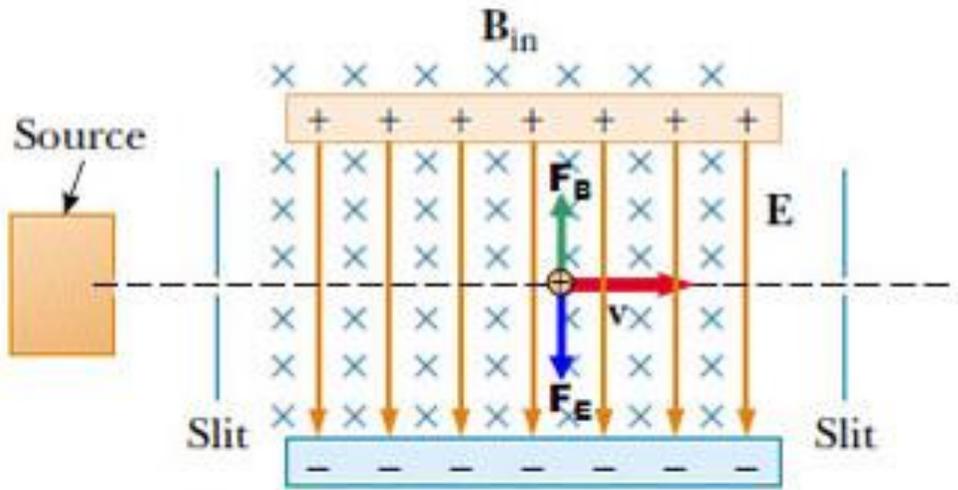
$$r = \frac{m v}{q B}$$

O raio da trajetória da partícula carregada ( $r$ ) depende da relação  $q/m$  para o mesmo  $B$  e mesma velocidade,  $v$ .



# SELETOR DE VELOCIDADES

- Aplicando numa dada região campos  $E$  e  $B$  em simultâneo:



Em algumas situações é necessário seleccionar partículas carregadas com a mesma velocidade,  $v$ . Aplicando campos  $E$  e  $B$  perpendiculares entre si e perpendiculares a  $v$ .

Só as partículas para as quais:

$$F_E = F_B$$

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Forças aplicadas na carga em movimento

$$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$$

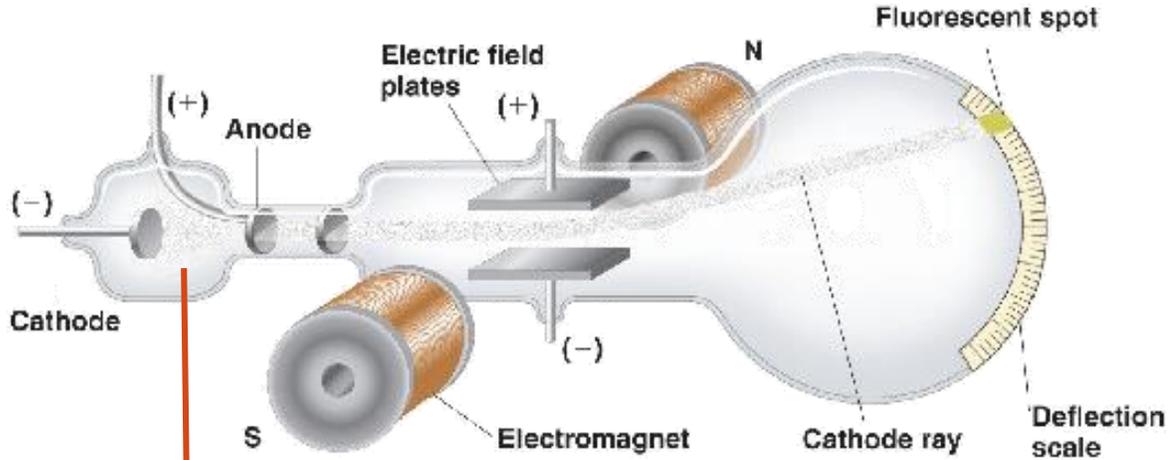
$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

é que atravessam aquela zona sem serem deflectidas!



# APLICAÇÕES

## Medida de $q/m$ para o electrão - experiência de J.J. Thomson (1897)



Copyright © 2005 Pearson Education, Inc., Publishing as Benjamin Cummings

Mantendo todo o aparato inalterado, aplica-se corrente eléctrica ao electromagnete, **ou seja aplica-se um campo  $B$  na zona entre as placas**, até que o feixe não seja desviado, ou seja, as partículas atinjam o ecrã fluorescente na zona central.

Quando isto acontece:

$$F_E = F_M$$
$$qvB = qE$$
$$v = \frac{E}{B}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{2\Delta y E}{B^2 L^2}$$

Os e-s são originados nesta região, e acelerados através de uma d.d.p até à zona entre as placas

Entre as placas, de comprimento  $L$ , aplica-se um  $\Delta V$  que origina um campo  $E$  na vertical. A força eléctrica,  $F = -eE$ , desvia os e-s de:

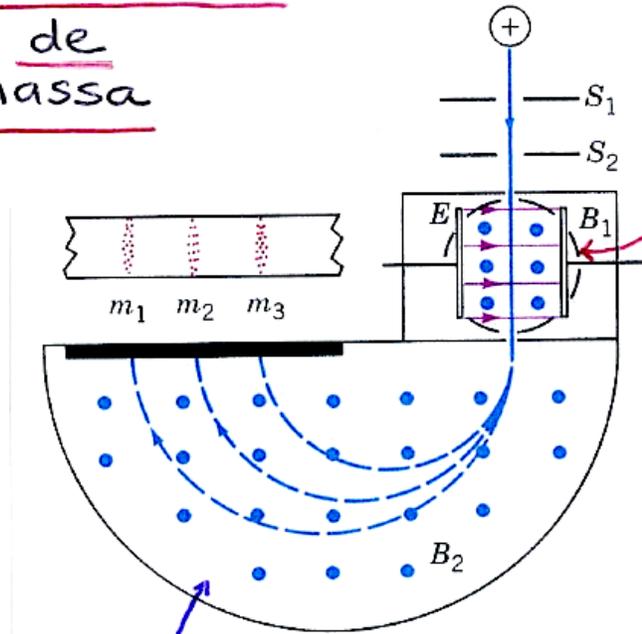
$$\Delta y = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \frac{L^2}{v^2}$$

Este desvio é medido no écran fluorescente



# ESPECTRÔMETRO DE MASSA

Espectrômetro  
de  
massa



selector de velocidades

$$qE = qvB_1$$

$v = \frac{E}{B_1}$  ← apenas os iões  
cujas velocidades  
satisfaz esta relação entram  
no espectrômetro

$$\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \wedge \vec{B}_2 \rightarrow qvB_2 = \frac{mv^2}{R}$$

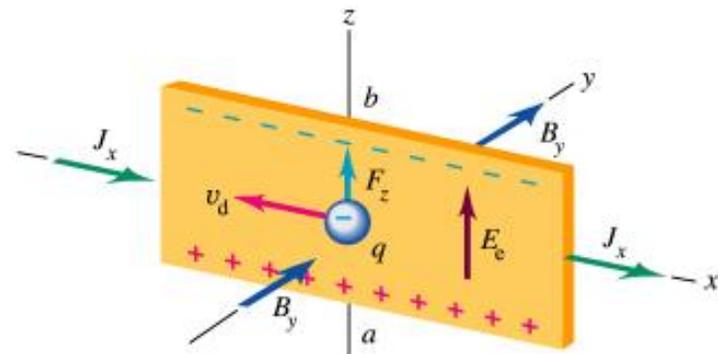
$$R = \frac{mv}{qB_2} \leftarrow \text{o raio é maior para os iões de maior massa.}$$



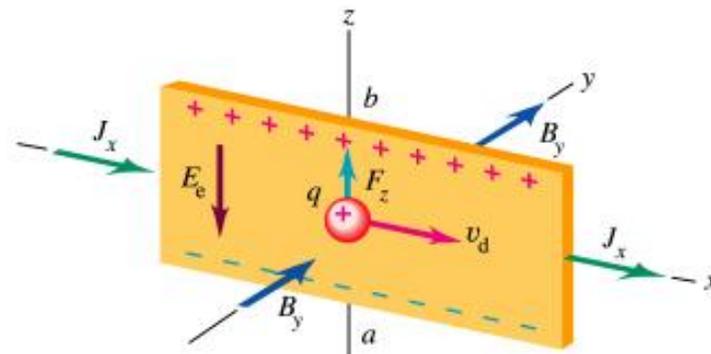
# EFEITO DE HALL (EDWIN HALL – 1879)

- Se um condutor atravessado por uma densidade de corrente  $\vec{J} = \rho\vec{v}$  for colocado numa região onde exista um campo magnético,  $B$ :

Cargas negativas

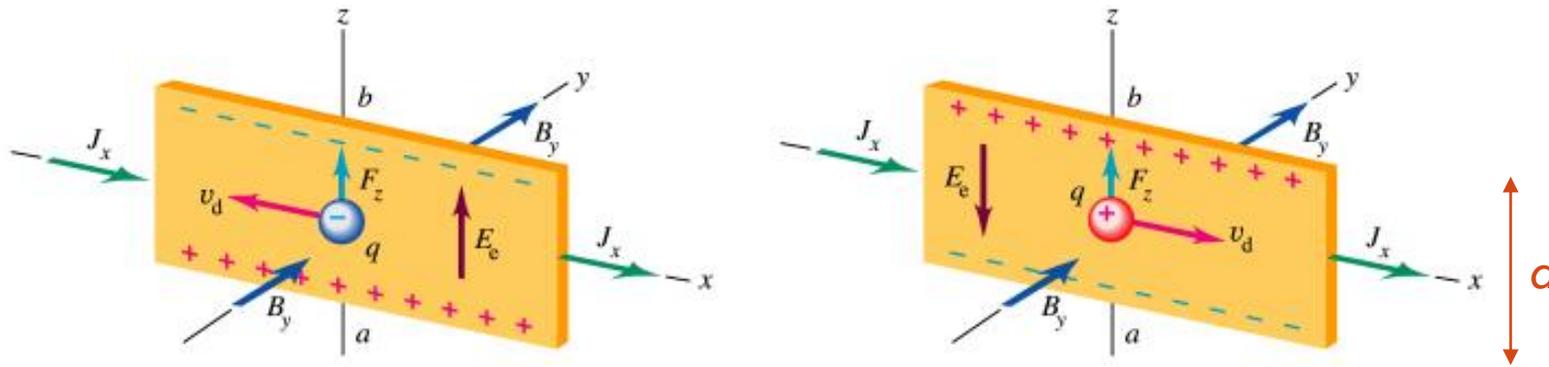


Cargas positivas



- Os portadores de carga ficam sujeitos a uma força:  $F_z = qvB$ , acumulando-se num dos bordos do condutor;
- Esta acumulação de carga nos topos do condutor, origina um campo  $\mathbf{E}$  no condutor, logo, as cargas sentem também uma força elétrica:  $F_z = -qE$
- Quando  $qE = qvB$  os portadores de carga deixam de ser desviados, mantendo-se o fluxo de carga no condutor;





- Fica então uma acumulação de carga nos bordos do condutor, que dá origem a um campo elétrico:

$$E = vB$$

Este campo elétrico origina uma **diferença de potencial (potencial de Hall)**,

$$\Delta V = E/d$$

Podemos ainda retirar destas equações outras relações:  $\vec{J} = \rho \vec{v} = nq\vec{v}$

$$nq = -\frac{J_x B_y}{E_z}$$

$$q > 0 \Rightarrow E_z \downarrow$$

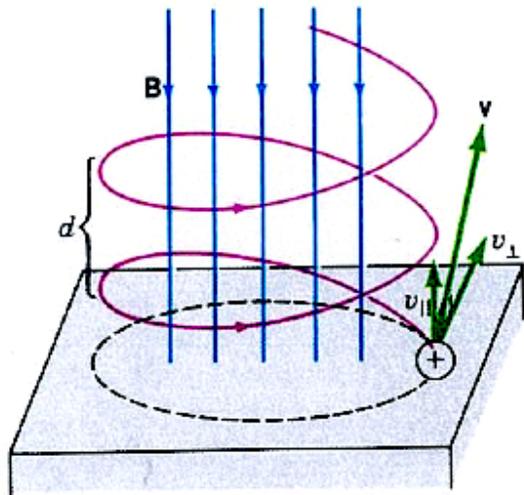
$$q < 0 \Rightarrow E_z \uparrow$$

**Densidade de portadores de carga = port. carga/volume**

- Assim: podemos determinar  $n$ , conhecendo  $J$ ,  $B$  e  $E$  (medindo  $\Delta V$ ), ou conhecendo  $n$ ,  $E$  e  $J$ , obter  $B$
- Este é o princípio de funcionamento de alguns medidores de campo magnético.



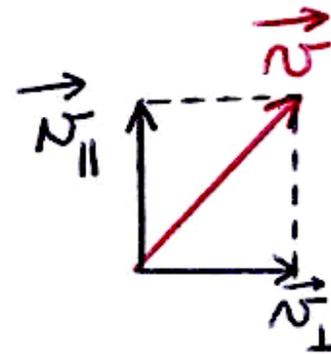
# QUANDO A VELOCIDADE NÃO É PERPENDICULAR AO CAMPO MAGNÉTICO...



**FIGURE 29.23** When a charged particle moves at an angle to the field it travels in a helical path.

Trajetórias helicoidais

$$\vec{v} = \vec{v}_{||} + \vec{v}_{\perp}$$



composição de um movimento circular uniforme,

$$\frac{m v_{\perp}^2}{R} = q v_{\perp} B, \text{ com um movimento}$$

retilíneo uniforme,  $d = v_{||} T$ , com  $T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$



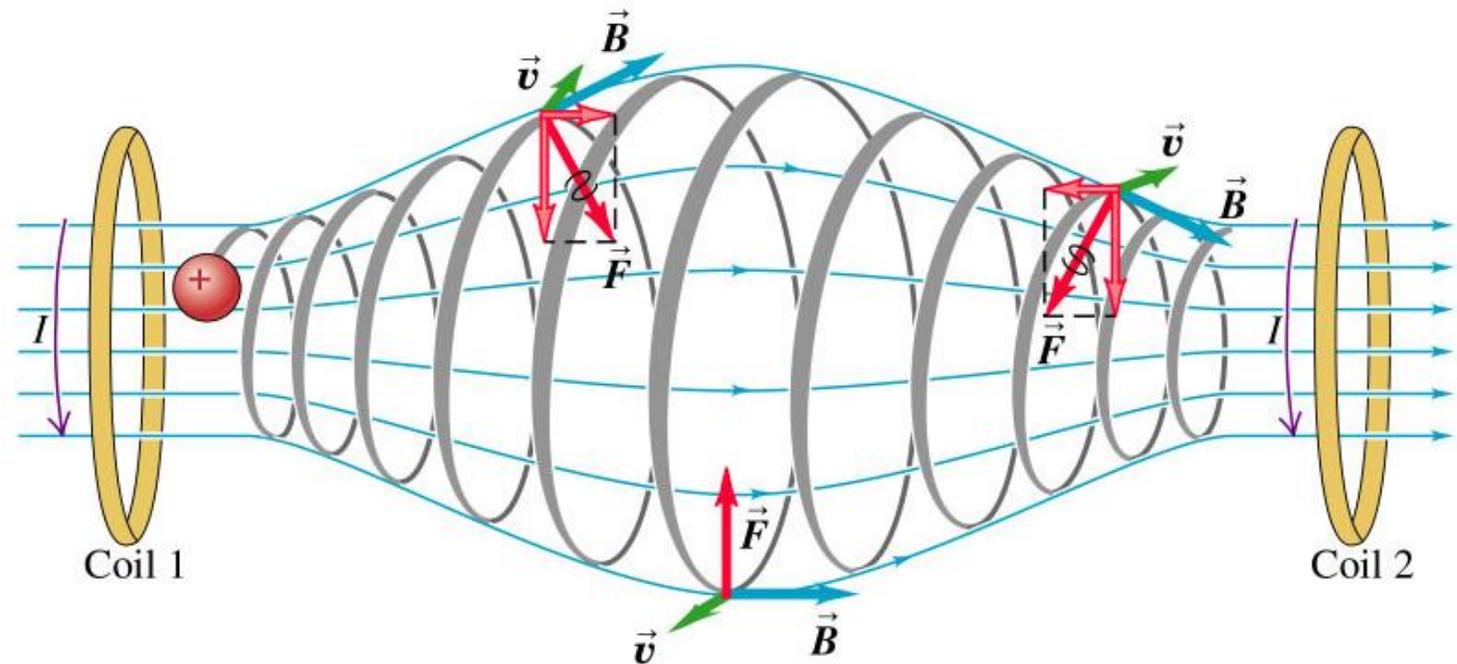
# PARTÍCULAS CARREGADAS APRISIONADAS NO CAMPO MAGNÉTICO

Quando o campo não é uniforme, as partículas descrevem trajetórias em hélice com “raio” variável;

As partículas oscilam: a força magnética é uma força restauradora do equilíbrio;

Princípio de funcionamento da “garrafa magnética”:

Confinamento do plasma (elétrons e íons) necessário à fusão nuclear

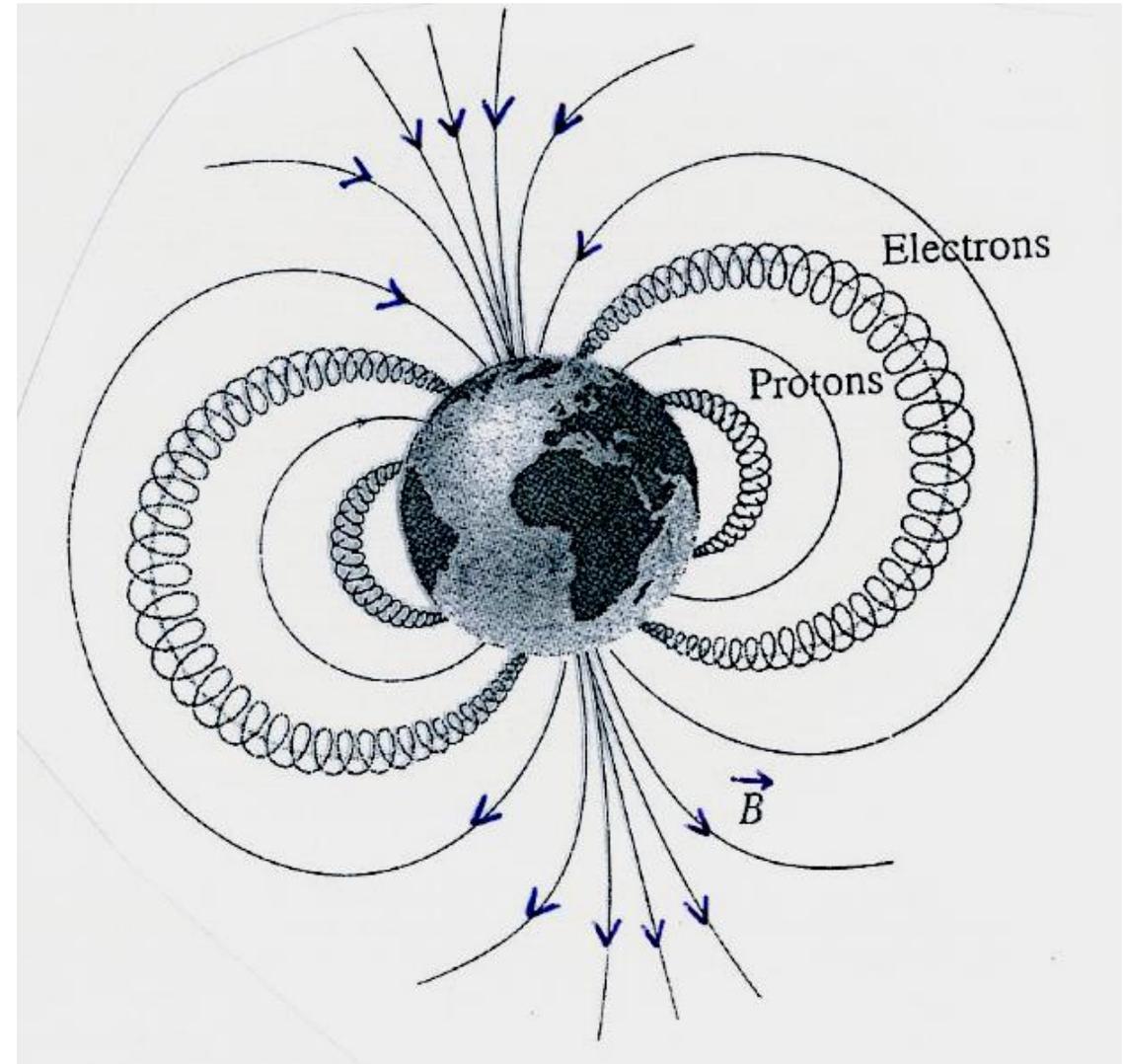


# OS CINTURÕES DE RADIAÇÃO DE VAN ALLEN

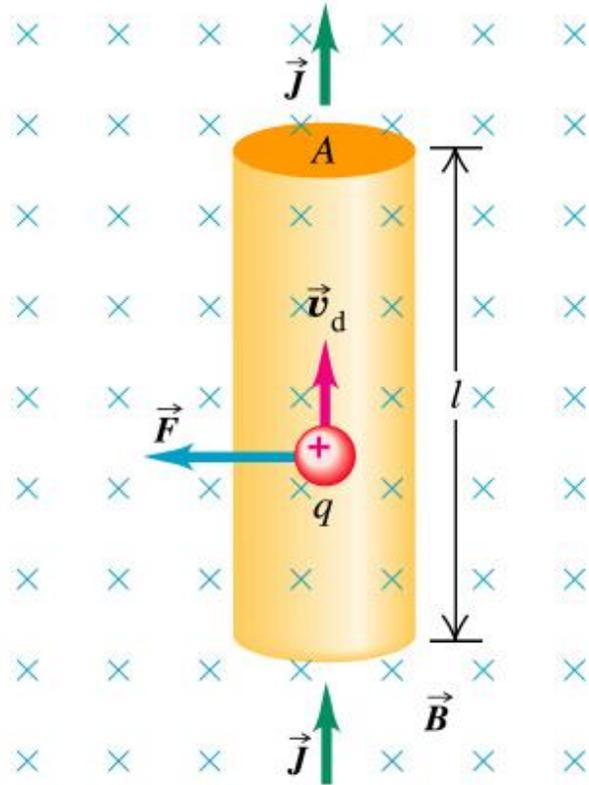
- Partículas carregadas aprisionadas no campo magnético da Terra

★ prótons produzidos na alta atmosfera, resultantes do decaimento de neutrões (raios cósmicos);  
★ elétrons fornecidos pelo vento solar;

A deflexão que estas partículas energéticas sofrem ao entrar nestes cinturões protegem a atmosfera terrestre da destruição que seria causada pelas mesmas!



# FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CORRENTES ELÉTRICAS – FORÇA DE LAPLACE



- Um condutor percorrido por corrente, na presença de um campo magnético fica sujeito a uma força que é a soma das forças a que ficam sujeitos todos os portadores de carga que o percorrem.
- Considerando um elemento de condutor  $dl$ , percorrido por uma corrente  $I \left( = \frac{\Delta q}{\Delta t} \right)$ , a força a que este fica sujeito é dada por:

$$d\vec{F} = \vec{I}dl \times \vec{B}$$

Logo, a força a que o condutor fica sujeito será:

$$\vec{F} = \int_L \vec{I}dl \times \vec{B}$$



# FORÇA ENTRE 2 FIOS CONDUTORES

- Considerando 2 fios percorridos por correntes,  $I_1$  e  $I_2$ , cada um deles sente a força magnética, devido ao campo magnético originado pelo outro...
- Considerando fios retilíneos muito longos, o campo magnético originado pela corrente que os percorre à distância  $r$  do fio, é:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$d\vec{F}_2 = \vec{I}_2 dl \times \vec{B}_1$$

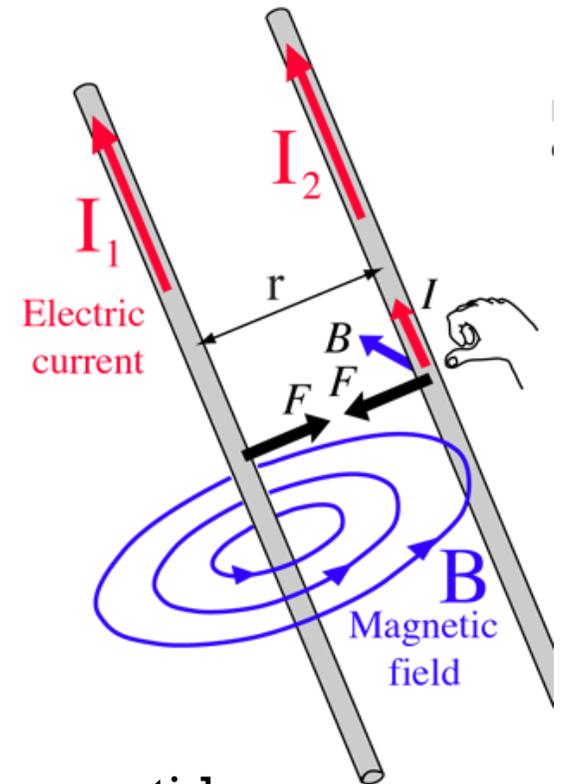
$$\vec{F}_2 = \int_L \vec{I}_2 dl \times \vec{B}_1$$

$$F_2 = I_2 L B_1 = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi r} L$$

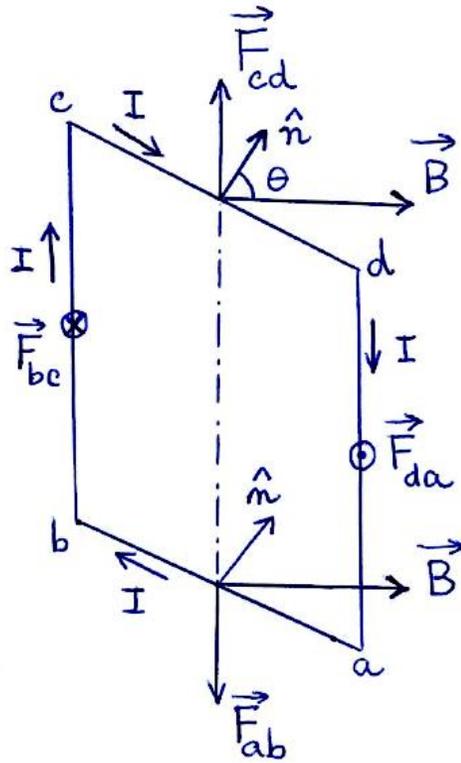
$$\frac{F_2}{L} = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi r}$$

Força por unidade de comprimento entre 2 fios paralelos, percorridos por correntes

**Atrativas:** correntes no mesmo sentido  
**Repulsivas:** correntes em sentidos opostos



# FORÇA EXERCIDA POR UM CAMPO MAGNÉTICO SOBRE UMA ESPIRA DE CORRENTE



Começamos por calcular as forças em cada um dos lados da espira, usando:

$$d\vec{F} = \vec{I}dl \times \vec{B}$$

$$dF_{ab} = IdlB\sin(90 - \theta) = Idl\cos(\theta)$$

$$F_{ab} = IBl_{ab}\cos\theta ,$$

com o sentido marcado na figura. Porquê?

Do mesmo modo, concluiríamos que  $F_{cd} = IBl_{cd}\cos\theta$

Apontando para cima. Porquê?

Logo,  $\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{cd}$  e as forças anulam-se!

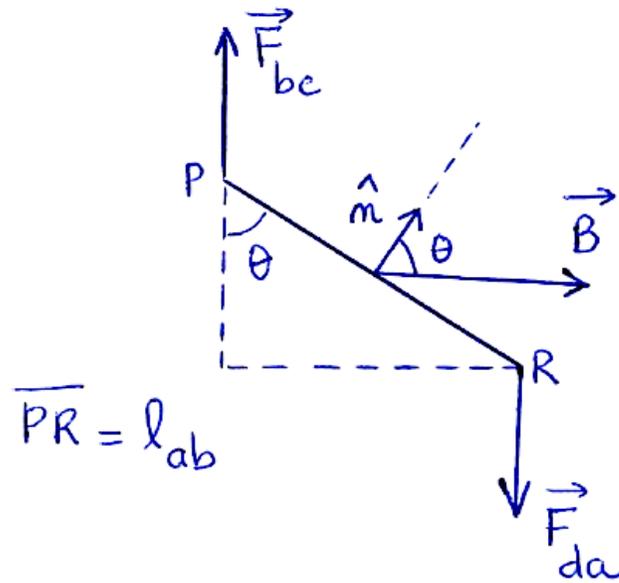
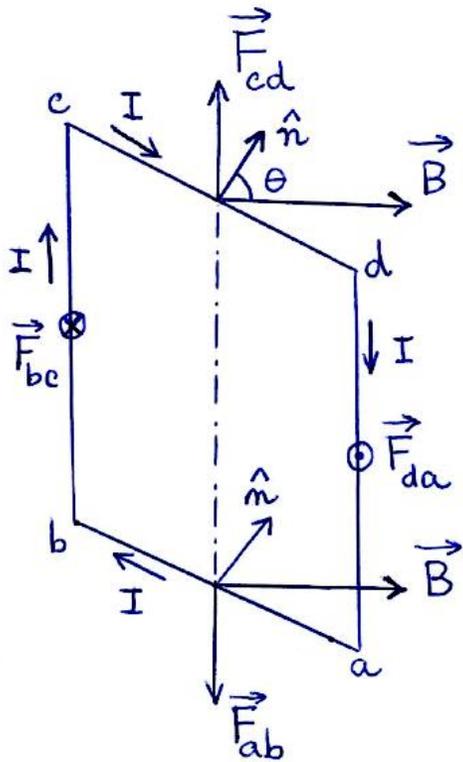
Para os lados  $bc$  e  $ad$ :  $F_{ad} = IBl_{ad} = -F_{bc} = IBl_{bc}$

Logo também estas forças se anulam!

Será que a espira fica em repouso?



- Supondo que a espira pode rodar em torno de um eixo vertical:
- Embora as forças se anule, o momento das mesmas relativamente ao eixo não é nulo, logo a espira pode rodar em torno do eixo...



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M_{Fad} = r F_{ad} \sin\theta = \frac{l_{ab}}{2} F_{ad} \sin\theta$$

$$M_{Fad} = \frac{I B l_{ad} l_{ab}}{2} \sin\theta = M_{Fbc}$$

$$M_{total} = I B l_{ad} l_{ab} \sin\theta = I A_{esp} B \sin\theta$$

Definindo  $\vec{\mu} = I A_{esp} \hat{n}$ , como o momento magnético da espira de área  $A_{esp}$  percorrida pela corrente  $I$ , podemos escrever:

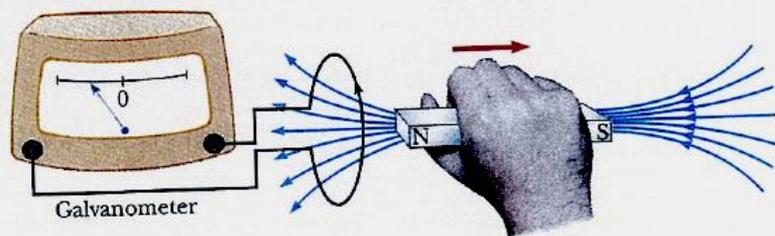
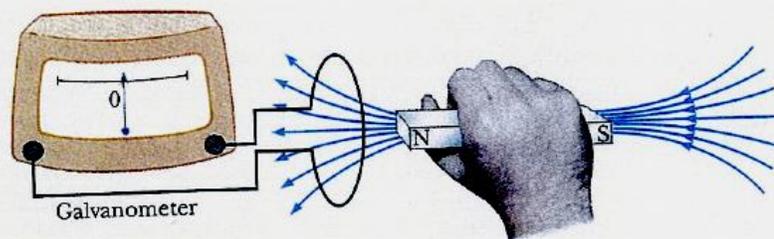
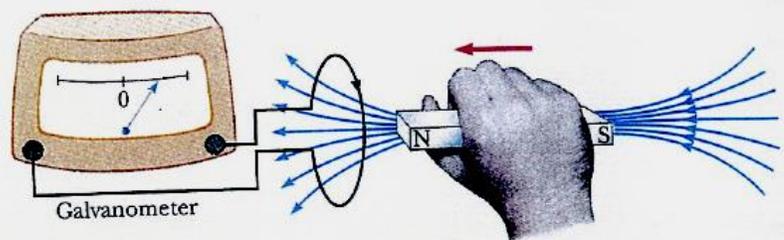
$$\vec{M}_{esp} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



# LEIS DE FARADAY E HENRY

- Como vimos uma corrente elétrica, origina um campo magnético. Será que um campo magnético pode originar corrente elétrica, ou seja, um  $\mathbf{E}$ ?

## Experiências de Faraday



- Faraday conclui que um campo magnético variável, originava uma corrente induzida (ou *f.e.m.* induzida):

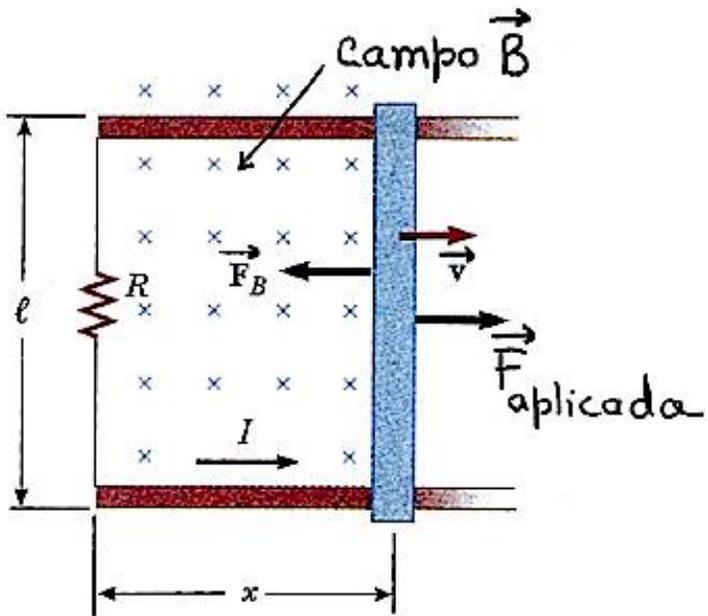
$$\varepsilon_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS$$

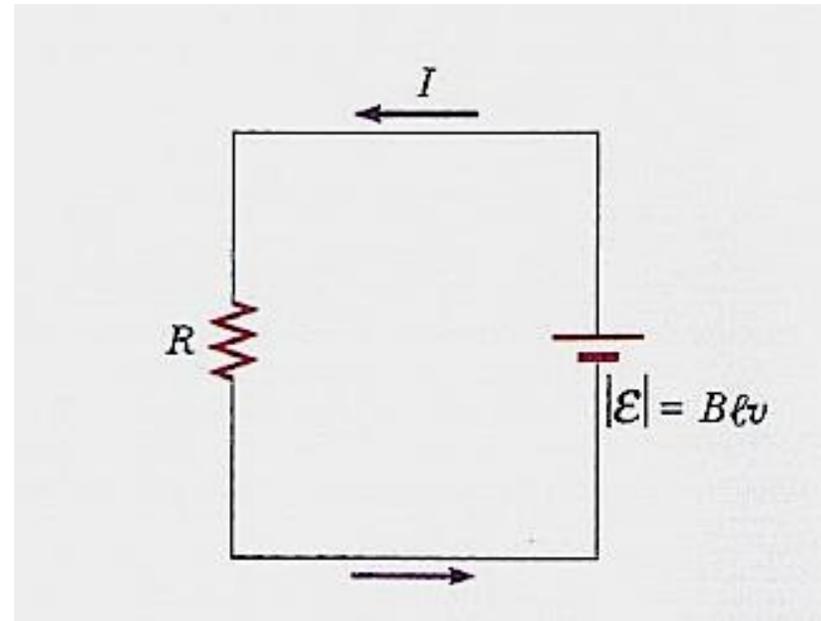


# UM CONDUTOR EM MOVIMENTO NUM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

O movimento do condutor origina a corrente induzida



$$\varepsilon_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



A força magnética sobre a barra devido à corrente induzida, contribui para “travar” o condutor

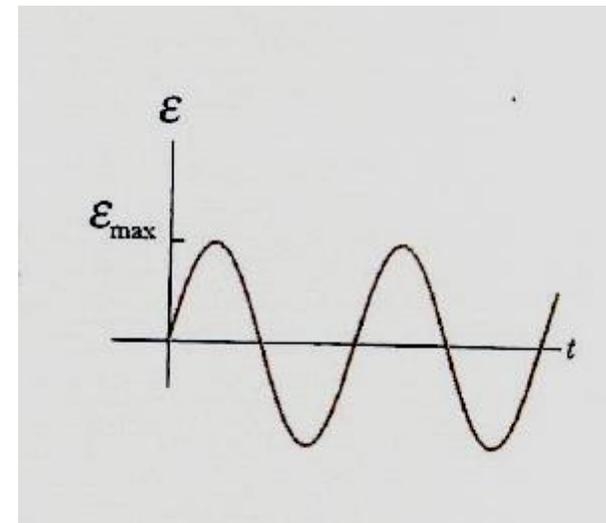
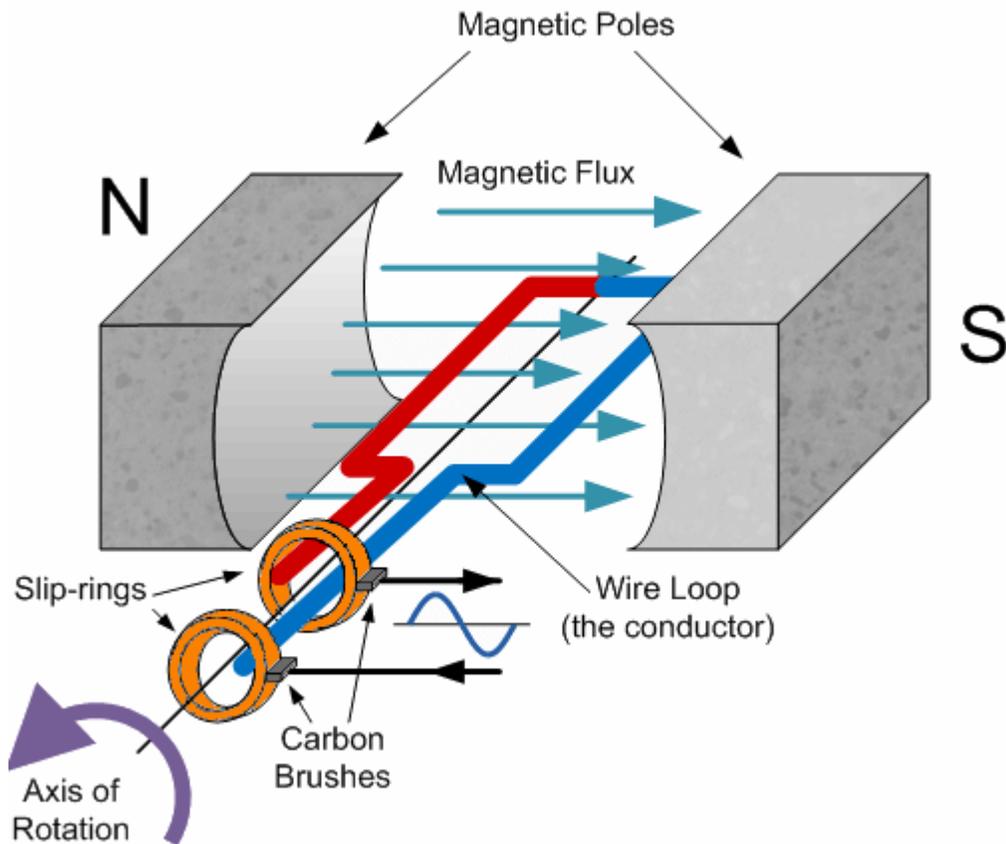


# GERADOR DE CORRENTE ALTERNADA

Quando as bobinas rodam numa região de campo magnético uniforme

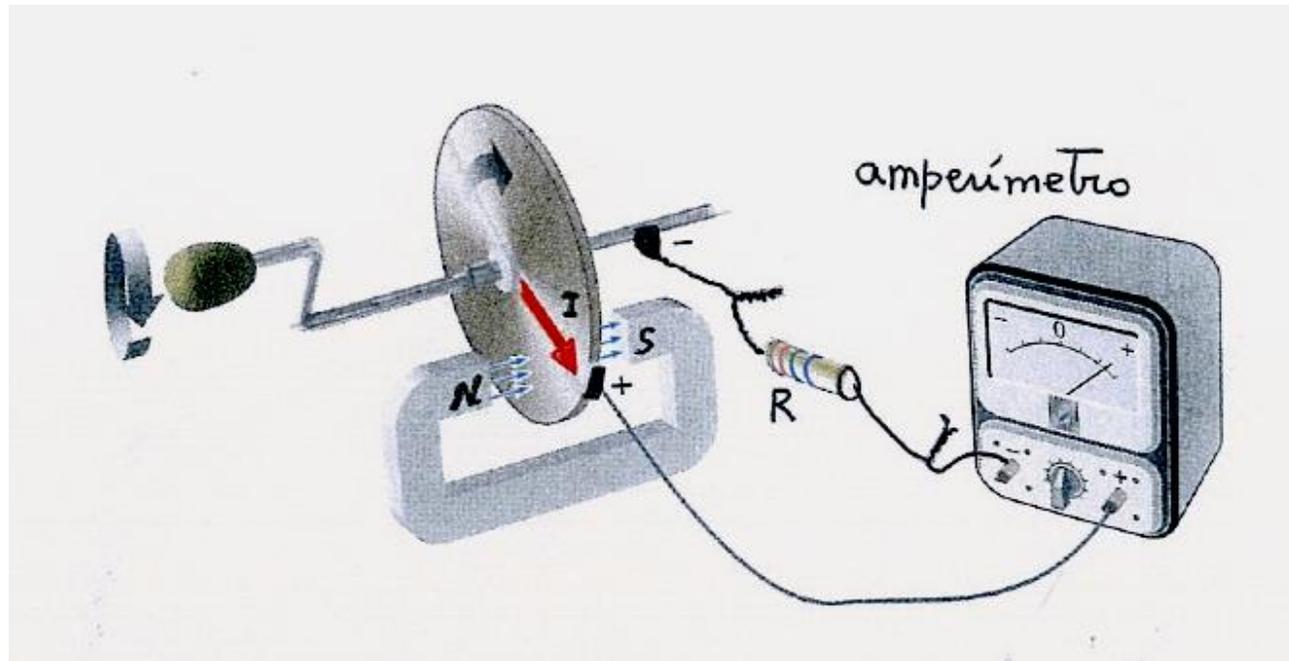
$$\Phi_B = N \vec{B} \cdot \hat{n} A$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{\max} \sin(\omega t + \alpha)$$

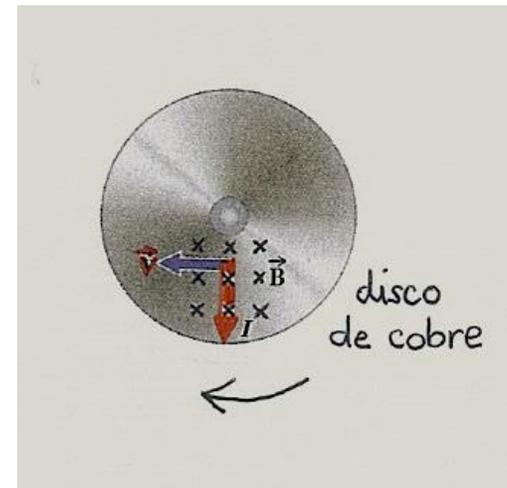


# GERADOR DE FARADAY

A força magnética sobre as cargas do disco “arrasta” os elétrons para o centro (ou seja, as cargas positivas para a periferia). A d. d. p. estabelecida, origina a corrente  $I$ .



$$\vec{F}_{\text{mag}} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



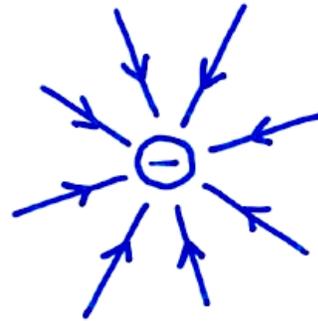
$$V_P - V_C = \frac{1}{2} \omega B r_0^2$$



# AS EQUAÇÕES DE MAXWELL

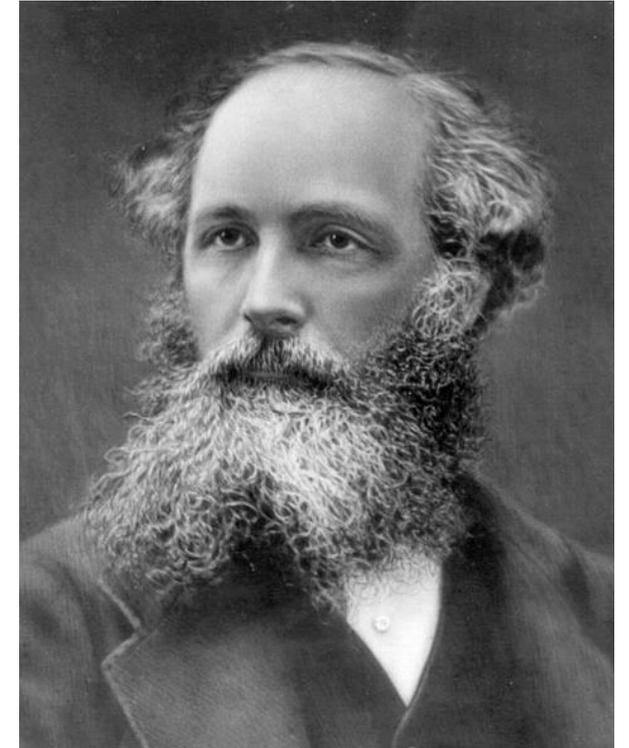
As cargas elétricas  
criam campos elétricos

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



... mas pólos magnéticas  
N e S não se conseguem isolar

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0 ! \text{ Sempre!}$$



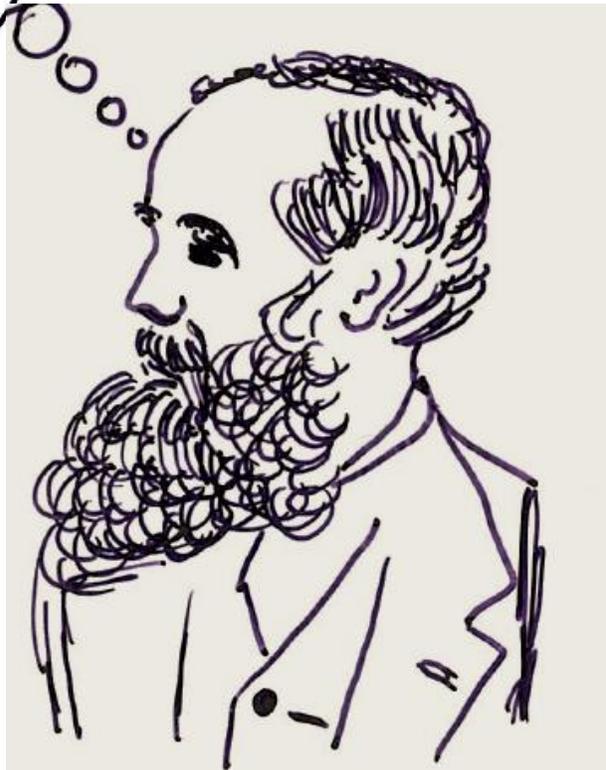
continuando...

Oersted verificou que as correntes elétricas criam campos magnéticos

$$\oint_C \vec{B} \cdot \hat{x} \, dl = \mu_0 I + \dots \text{acho que falta aqui "qualquer coisa" !}$$

Faraday mostrou que também se pode obter um campo elétrico induzido fazendo variar o fluxo do campo magnético

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = \oint_C \vec{E} \cdot \hat{x} \, dl = - \frac{d\Phi}{dt}$$



# As Equações de Maxwell

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} \, dS = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \leftarrow \text{Lei de Gauss para o campo elétrico}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS = 0 \quad \leftarrow \text{Lei de Gauss para o campo magnético}$$

Leis de Faraday (e de Lenz): a variação temporal de fluxo magnético cria um campo elétrico

$$\oint_C \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl = - \frac{d\phi_m}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS$$


Lei de Ampère – Maxwell: os campos magnéticos podem ser criados por correntes elétricas ...

$$\oint_C \vec{B} \cdot \hat{t} \, dl = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

mas também podem resultar de variações com o tempo do fluxo elétrico!



# SE OS FENÓMENOS ELÉTRICOS E OS FENÓMENOS MAGNÉTICOS ESTÃO RELACIONADOS... MANIPULANDO AS EQUAÇÕES QUE OS DESCREVEM...

Algum tempo depois...

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

Estas equações têm o mesmo aspecto da equação de propagação de uma onda!

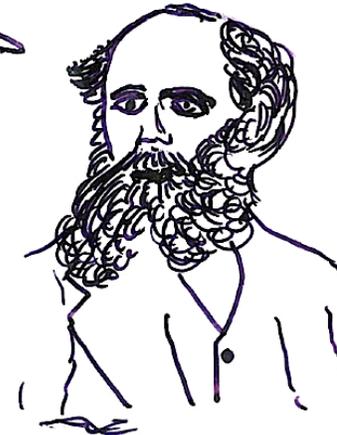
Mas ...

$\mu_0 \epsilon_0$  está no "sítio" de  $\frac{1}{v^2}$

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{v^2} \quad \text{ou seja}$$

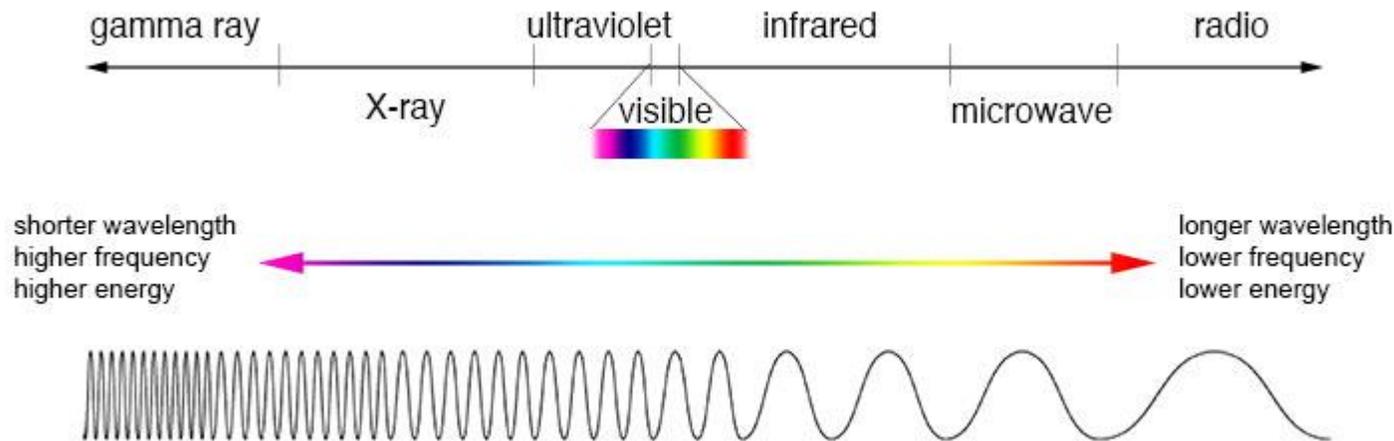
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Este número é igual à velocidade da luz!



# A LUZ VISÍVEL E AS “LUZES” QUE NÃO VEMOS SÃO:

Ondas  
Electromagnéticas



Transportam a informação de um lugar para o outro de que existe um campo eletromagnético;  
Propagam-se no vazio à velocidade de  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$



# O “ANEL MÁGICO” DE HEINRICH HERTZ

1887

produção de ondas hertzianas

Ficou provado experimentalmente a existência de ondas electromagnéticas

