

Algumas datas importantes:

1600 - William Gilbert "De Magnete"

1746 - Peter van Musschenbroek

(A garrafa de Leiden - o primeiro condensador)

1760 - Benjamin Franklin

(O primeiro pára-raios)

1767 - Priestley
1771 - Cavendish
1785 - Coulomb

} estudos quantitativos sobre os efeitos entre corpos carregados.

1800 - Alessandro Volta (invenção da pilha)

1813 - Sir Humphry Davy (invenção da lâmpada de arco)

1820 - Hans C. Oersted (a corrente eléctrica cria um campo magnético)

1820

J. Biot e F. Savart
 A. Marie Ampère
 D. Arago
 Laplace

} estudo dos campos magnéticos criados por diversos tipos de circuitos; lei de Biot e Savart, ...

1831

J. Henry
 M. Faraday
 H. Lenz

(as leis da indução electromagnética)

1865 - J. Maxwell (equações do campo electromagnético; ondas electromagnéticas)



1887 - H. Hertz (produção e deteção de ondas hertzianas)

1897 - J. J. Thomson
 1909 - R. Millikan

} identificação do electrão: determinação da carga e da massa do electrão.

As interacções fundamentais podem ser caracterizadas usando o

potencial de Yukawa

$$V = -\alpha \frac{e^{-\mu r}}{r}$$

Interacção →	Gravitacional	Electromagn.	Forte	Fraca
Intensidade α	Muito Fraca 10^{-40}	Fraca 10^{-3}	Forte 10	Fraca 10^{-5}
Alcance $1/\mu$	Longo ∞	Longo ∞	Curto $\lesssim 10^{-13} \text{ cm}$	Curto $\lesssim 10^{-18} \text{ cm}$

importante ao nível de objectos de grande massa

importantes ao nível dos núcleos atómicos
importante ao nível da Física Atómica e Molecular

$$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

$$R_{\text{nuclear}} \xrightarrow{\text{até}} \sim 10 \text{ fm} = 10^{-12} \text{ cm}$$

ESCALA DE intensidades de forças

Modelo de Bohr para o átomo de hidrogénio

$$\text{raio de Bohr} : a_0 \approx 0,528 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

intensidade da força entre o electrão e o protão :

$$F_{\text{Coul}} = 9 \times 10^9 \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(0,528 \times 10^{-10})^2} \approx 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{\text{Grav.}} = 6,7 \times 10^{-11} \frac{9,1 \times 10^{-31} \times 7,1 \times 10^{-27}}{(0,528 \times 10^{-10})^2} \approx 3,7 \times 10^{-47} \text{ N}$$

$F_{\text{Coul.}}$ cerca de 10^{39} vezes mais intensa que $F_{\text{Grav.}}$

Interacções fundamentais

Forte	10^0	FORTE
Fraca	10^{-3}	ELECTROMAGNÉTICA
Fraca	10^{-5}	FRACA
Muito fraca	10^{-40}	GRAVITACIONAL

Alcance

curto $\leq 10^{-13} \text{ cm}$

longo $\sim \infty$

curto $\leq 10^{-18} \text{ cm}$

longo $\sim \infty$

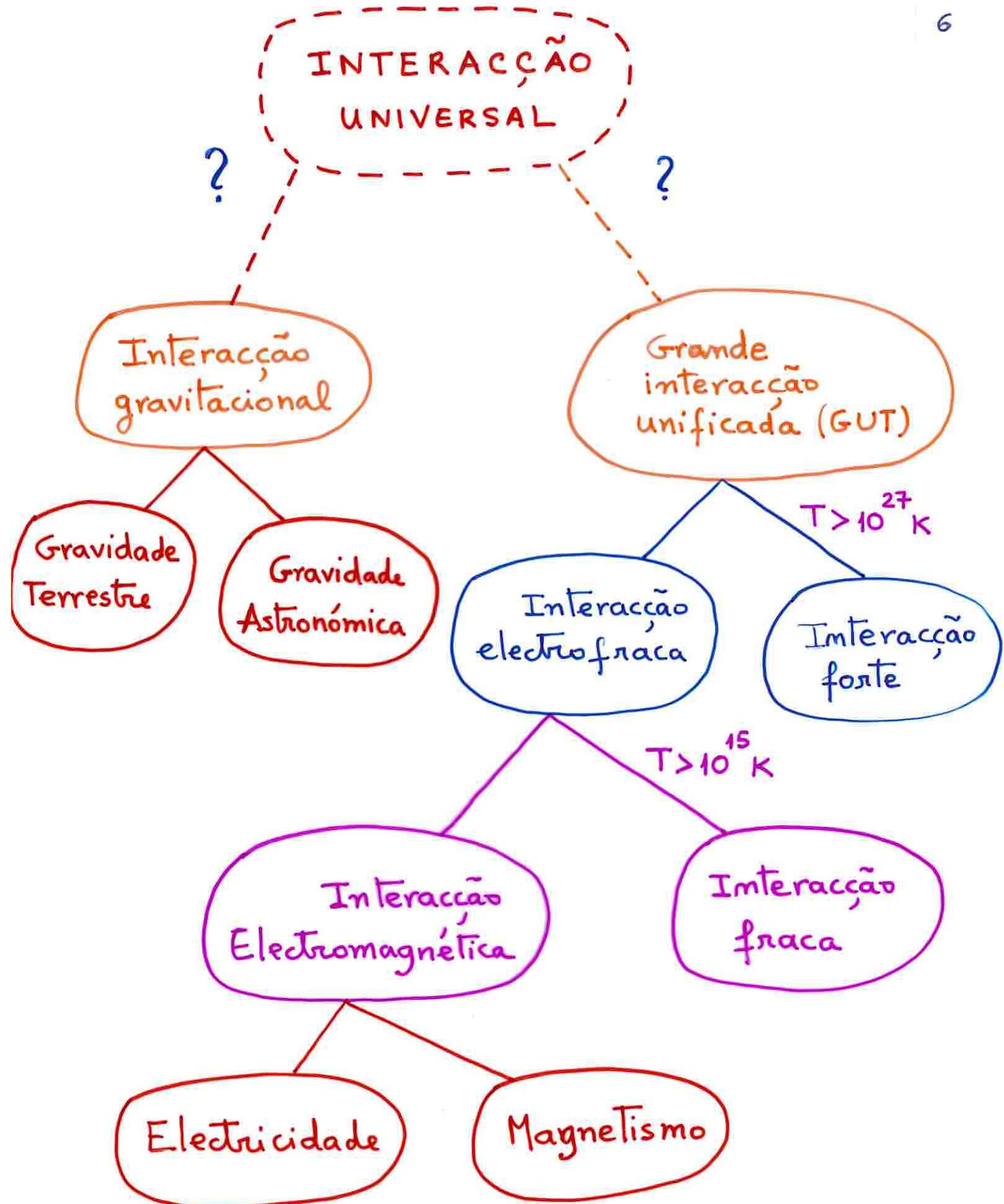


Intensidade

Interacções fundamentais

- Gravitacional : experimentada por partículas com massa. Mediada pelo gravitão ...
- Electromagnética : experimentada pelas partículas com carga eléctrica. Mediada pelo fotão.
- Fraca : experimentada pelas partículas que têm sabor (quarks e leptões). Mediada pelos bosões W^+ , W^- e Z^0 , fracões
- Forte : experimentada pelas partículas que têm cor (quarks). Mediada pelos gluões.

Interacção residual forte : faz-se sentir entre os hadriões e resulta da interacção da cor entre os quarks que os constituem.



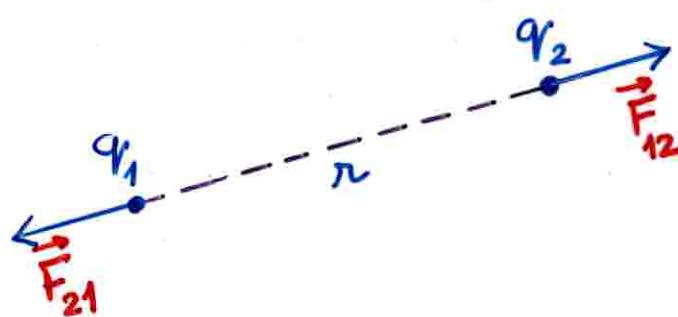
A unificação das interacções fundamentais:
Como? Quando?

Semelhanças e diferenças entre

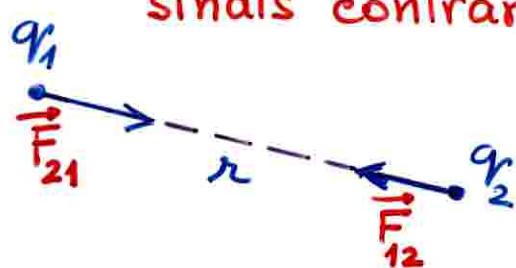
a lei de Coulomb

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

q_1 e q_2
do mesmo sinal



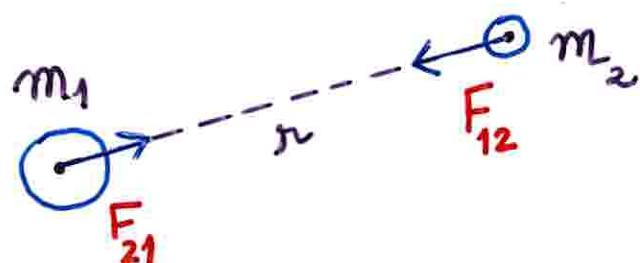
q_1 e q_2 de
sinais contrários



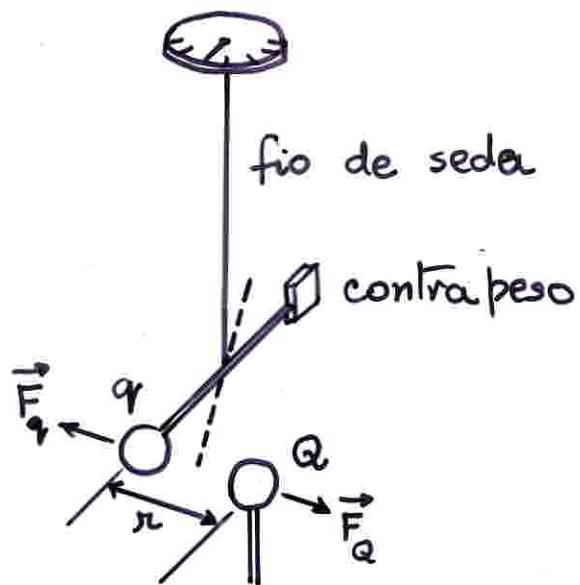
e a lei de atracção entre duas massas

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

força sempre
attractiva



Balança de torção de Coulomb



$$F = k \frac{qQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \quad (\text{sistema SI})$$

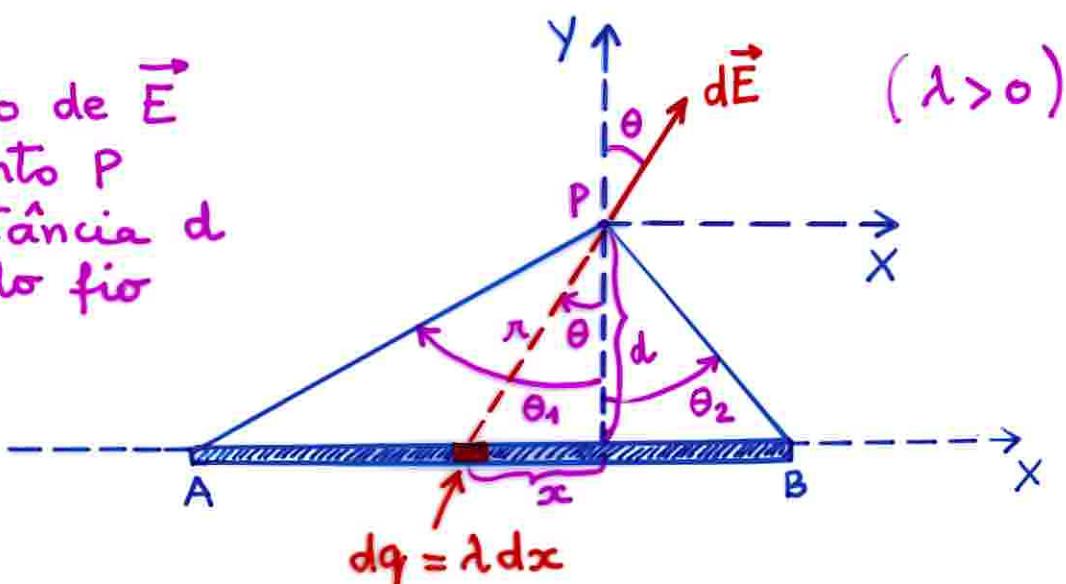
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,854187817 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

↑
permitividade elétrica do vazio

Campo elétrico criado por uma distribuição linear de carga com densidade uniforme $\lambda \text{ C/m}$

Cálculo de \vec{E}
no ponto P
à distância d
do fio



$$|\vec{dE}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \quad \begin{cases} \text{em que} \\ r^2 = d^2 + x^2 \\ x = d \tan \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} dE_x = -dE \sin \theta \\ dE_y = dE \cos \theta \end{cases}$$

Integrando entre θ_1 e θ_2 obtém-se

$$\begin{cases} E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \\ E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \end{cases}$$

Linha muito longa (linha "infinita")

$$\theta_1 \rightarrow -\frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{d} \end{cases}$$

$$\theta_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

LEI DE GAUSS

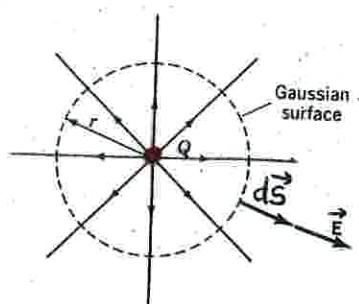


FIGURE 24.6 A spherical Gaussian surface around a point charge.

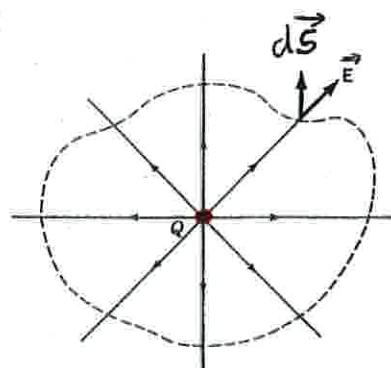
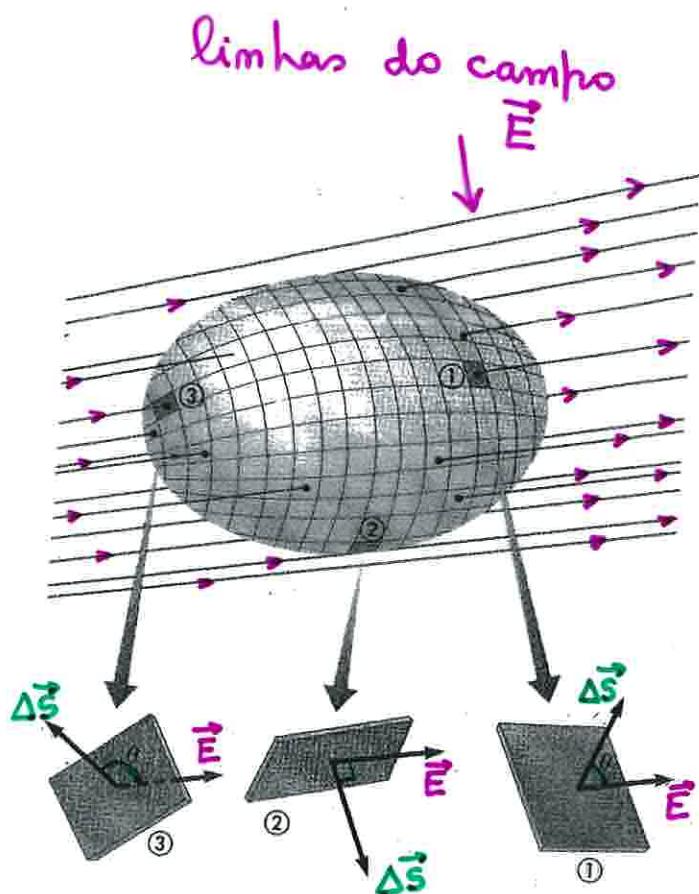


FIGURE 24.7 A Gaussian surface of arbitrary shape around a point charge. The flux through this surface is the same as that for a spherical surface around the charge.



Superfície fechada
numa região onde
existe um campo
eléctrico \vec{E}

A superfície está
dividida em pequenos
quadrados de área ΔS

O fluxo através de um
elemento de área é

$$\Delta\phi = \vec{E} \cdot \hat{n} \Delta S = \vec{E} \cdot \vec{\Delta S}$$

$\Delta\phi$ pode ser positivo (em ①)
nulo (em ②)
ou negativo (em ③)

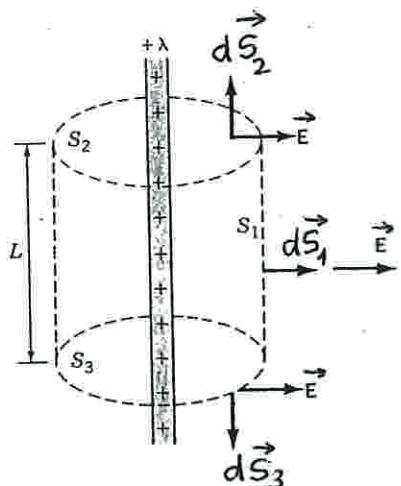


FIGURE 24.11 A cylindrical Gaussian surface around an infinite line of charge. There is flux only through the curved surface.

LEI DE GAUSS

$$d\vec{S} = \hat{m} dS$$

Linha "infinita"
de carga com
densidade uniforme
 λ (C/m)

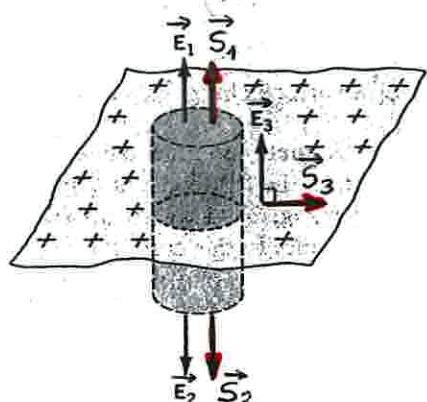


FIGURE 24.12 A Gaussian "pillbox" appropriate for an infinite sheet of charge. Flux passes through only the end faces.

Plano "infinito"
com densidade
uniforme de carga
 σ (C/m²)

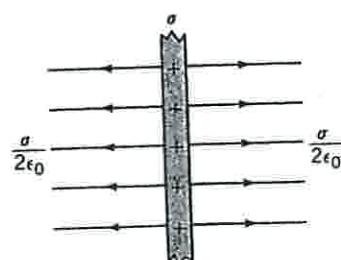
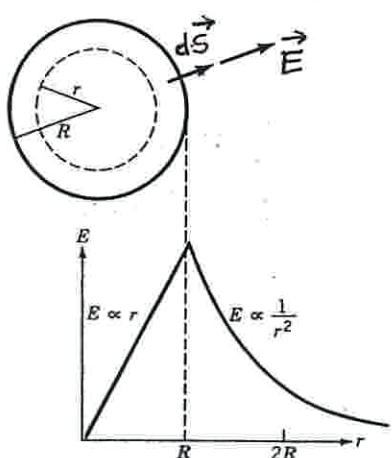


FIGURE 24.13 The field of an infinite sheet of charge is uniform.

LEI DE GAUSS



- Distribuição uniforme de carga

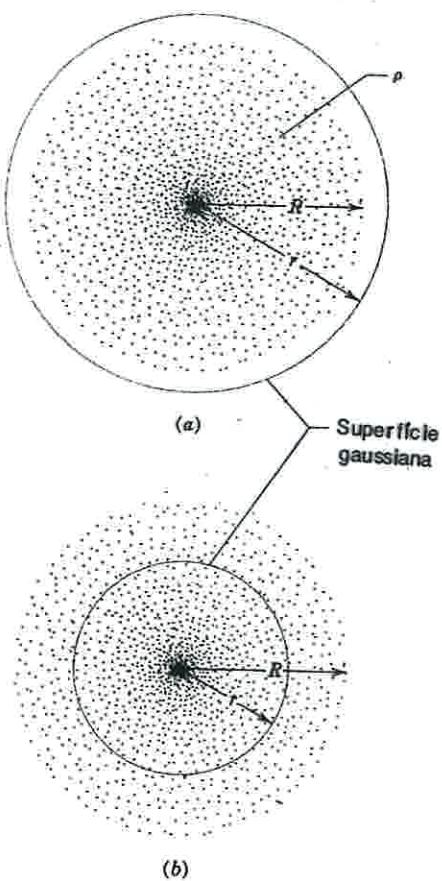
$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (\text{C/m}^3)$$

FIGURE 24.10 A spherical Gaussian surface within a uniformly charged sphere.

- Distribuição de carga com simetria esférica

$$\rho(r) \quad (\text{C/m}^3)$$

p. ex. $\rho(r) = k(R-r)$
↓
constante



CAMPO ELÉCTRICO E POTENCIAL ELÉCTRICO

O comportamento de uma carga frontal q_0 numa determinada região do espaço permite detectar a existência de um campo eléctrico nessa região; a trajectória seguida pela carga depende das condições iniciais e da força eléctrica a que a carga fica sujeita

$$\vec{F}_{\text{eléct.}} = q_0 \vec{E}$$

\vec{E} representa o campo eléctrico criado por outra carga frontal ou por quaisquer outros objectos carregados.

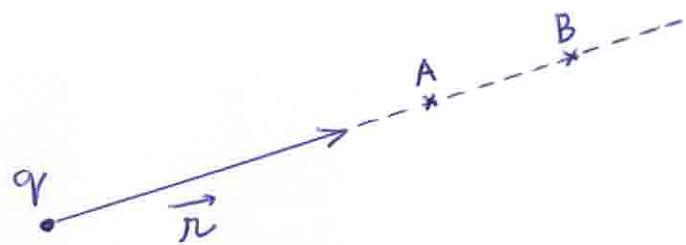
A variação de energia cinética da carga q_0 (e massa m) ao deslocar-se do ponto A para o ponto B é:

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{\vec{F}_{\text{eléct.}}} (A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}_{\text{eléct.}} \cdot d\vec{r} =$$

$$= \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Se o campo \vec{E} for criado por uma outra carga pontual q_0 :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \hat{r}$$



O trabalho realizado pela força eléctrica sobre q_0 será, neste caso

$$\begin{aligned} W_{F_{\text{elec}}} (A \rightarrow B) &= \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0 q_0 \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr = \\ &= \frac{q_0 q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \end{aligned}$$

As parcelas do resultado obtido representam a energia potencial de interacção entre as cargas q_0 e q_0 à distância r_A e à distância r_B , respectivamente.

Pode escrever-se

$$E_{\text{pot}}(A) - E_{\text{pot}}(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \quad \text{ou}$$

$$E_{\text{pot}}(A) + E_{\text{cin}}(A) = E_{\text{pot}}(B) + E_{\text{cin}}(B)$$

A energia total da carga q_0 conserva-se quando se desloca sob a ação da força eléctrica.

O campo electrostático é conservativo.

Retomando o resultado anteriormente obtido, podemos escrever:

Variação de energia potencial da carga q_0

(ao deslocar-se de A para B)

$$E_{\text{pot}}^{(B)} - E_{\text{pot}}^{(A)} = - \underset{\text{Félect.}}{\vec{W}_{\text{F}}} (A \rightarrow B)$$

$$\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_B} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_A} = - \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$q_0 \left(\underbrace{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_A}}_{V_B - V_A} \right) = - q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

A variação de energia potencial depende "daquilo que se move" (a carga q_0) e do "salto que é dado" (variação de potencial)

Variação de potencial (ΔV)

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Diferença de potencial (entre A e B)

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Estas expressões são gerais: \vec{E} representa o campo "onde se move" a carga q_0 , tendo ser devido a qualquer distribuição de carga em equilíbrio.

Variações de potencial entre dois pontos muito próximos $A(x, y, z)$ e $B(x+dx, y+dy, z+dz)$

$$\underbrace{dV}_{\downarrow} = -\vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (\text{é apenas uma parcela do integral da pag. anterior})$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz = -\underbrace{\vec{E} \cdot d\vec{r}}_{\downarrow}$$

$$-E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

Podemos escrever as seguintes relações entre as componentes do campo \vec{E} e o potencial V

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} ; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} ; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

NOTAS:

1 — Considerámos que o potencial e o campo podiam depender das coordenadas cartesianas (x, y, z) , isto é, $V(x, y, z)$ e $\vec{E}(x, y, z)$.

2 — Usámos a expressão para o produto escalar (produto interno) de dois vetores em termos das respectivas componentes: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

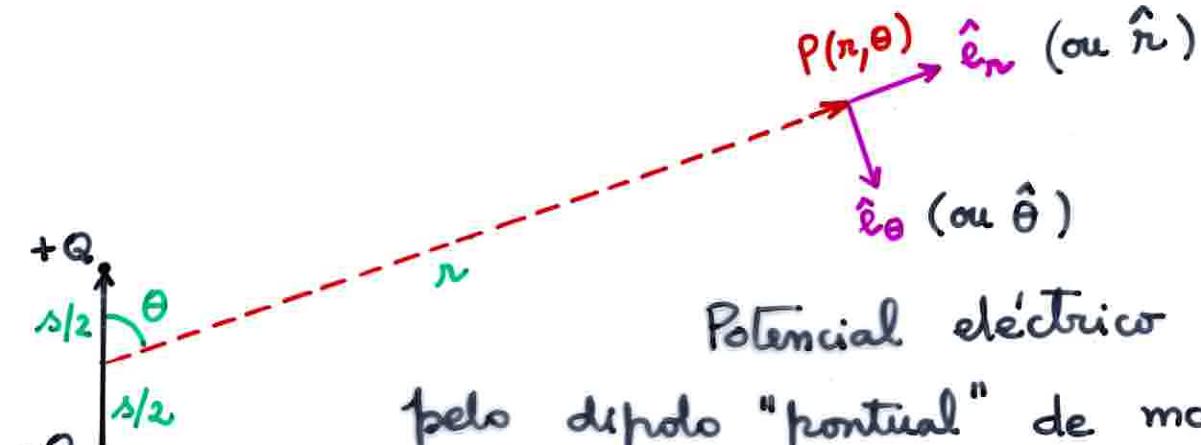
3 — Introduzimos a notação de derivadas parciais ($\frac{\partial V}{\partial x}$)
Exemplo: $V(x, y, z) = 2xz + 5y^3 - 3z^2$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 2 ; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 15y^2 ; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = -6z$$

4 — Os resultados são aplicáveis (com as devidas transformações de coordenadas) em coordenadas cilíndricas e esféricas.

DIPOLO ELÉCTRICO

17



Potencial eléctrico criado pelo dipolo "pontual" de momento dipolar $\vec{p} = Q\vec{s}$ num ponto muito afastado $P(r, \theta)$ ($s \ll r$)

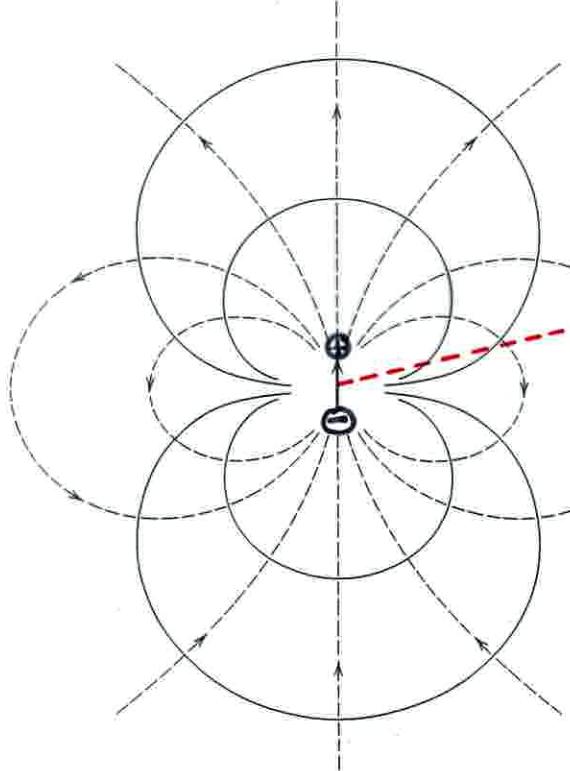
$$V(r, \theta) \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{s}{r} \cos\theta = \frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta = \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Campo eléctrico criado no ponto $P(r, \theta)$

$$\vec{E}(r, \theta) = -\frac{\partial V}{\partial r} \hat{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{e}_\theta - \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{e}_\phi$$

Há simetria em torno do eixo que contém o dipolo \rightarrow

$$\vec{E}(r, \theta) = \frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \hat{e}_r + \sin\theta \hat{e}_\theta)$$

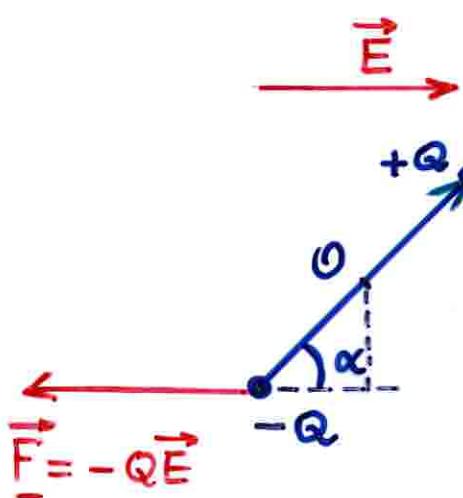


$$\vec{E}(r, \theta) = E_r \hat{e}_r + E_\theta \hat{e}_\theta$$

O fluxo do campo eléctrico é nulo através de qualquer superfície fechada que contenha o dipolo no interior

— linhas equipotenciais
---- linhas do campo eléctrico

Acção de um campo eléctrico uniforme \vec{E} sobre um dipolo



alinhamento com o campo

Momento em relação a O

$$\begin{aligned} M &= 2 \times QE \frac{p}{2} \sin \alpha \\ &= p E \sin \alpha \end{aligned}$$

Vectorialmente $\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}$

Energia de um dipolo em interacção com um campo eléctrico \vec{E}

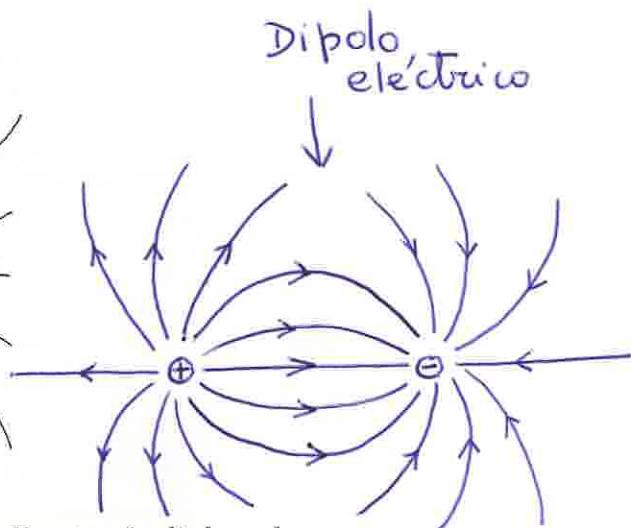
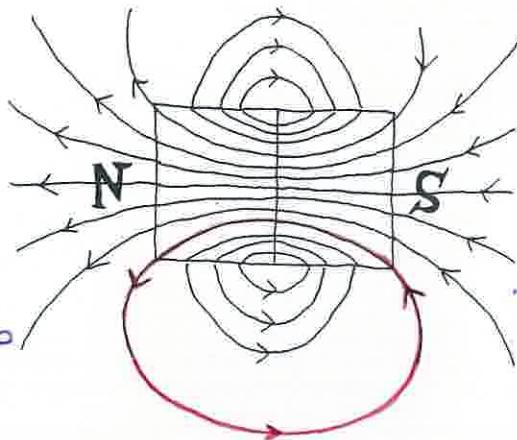
$$U_{\text{int}} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

A energia de interacção é mínima quando \vec{p} se alinha com \vec{E}

Um íman ou magnete cria um CAMPO MAGNÉTICO

Qualquer magneto cria à sua volta uma zona de influência, isto é, um campo, o *campo magnético*. Com um íman e limalha de ferro é possível “ver” as linhas de força do campo.

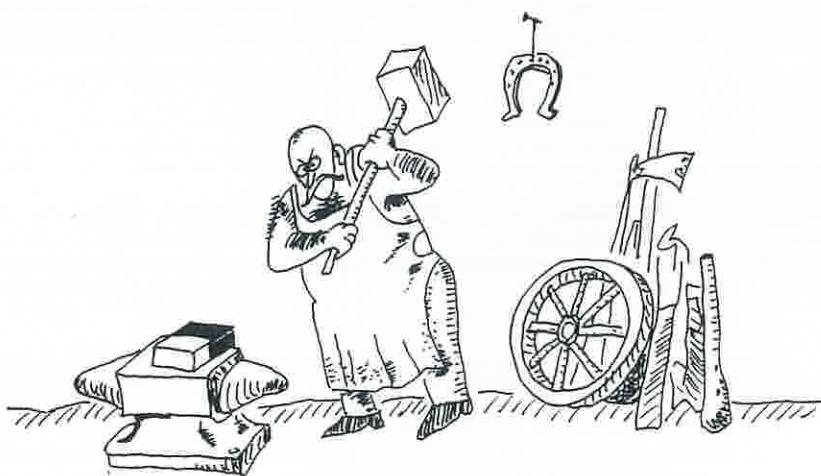
Dipolo magnético
As linhas do campo magnético são fechadas.



As linhas de força do campo magnético são semelhantes às linhas de força de um dipolo eléctrico (carga positiva de um lado, carga negativa do outro), só que neste caso, o campo é o campo magnético e não o campo eléctrico. Um magneto comporta-se então como um *dipolo magnético* (com uma extremidade positiva, o Norte, e uma extremidade negativa, o Sul).

O isolamento de um pôlo magnético nunca foi possível: um dipolo partido ao meio torna a dar um dipolo. Pensa-se, por isso, que os monopolos magnéticos, isto é cargas magnéticas isoladas, talvez não existam.

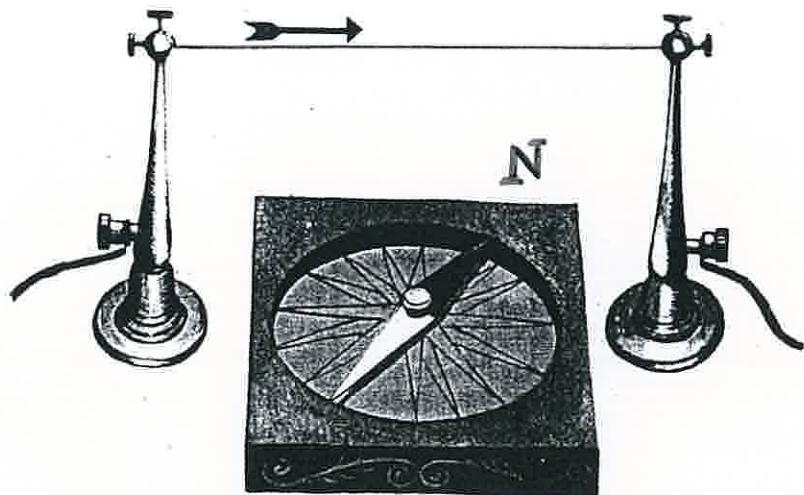
As linhas do campo eléctrico são abertas:
partem de cargas $+$ e terminam em cargas $-$.



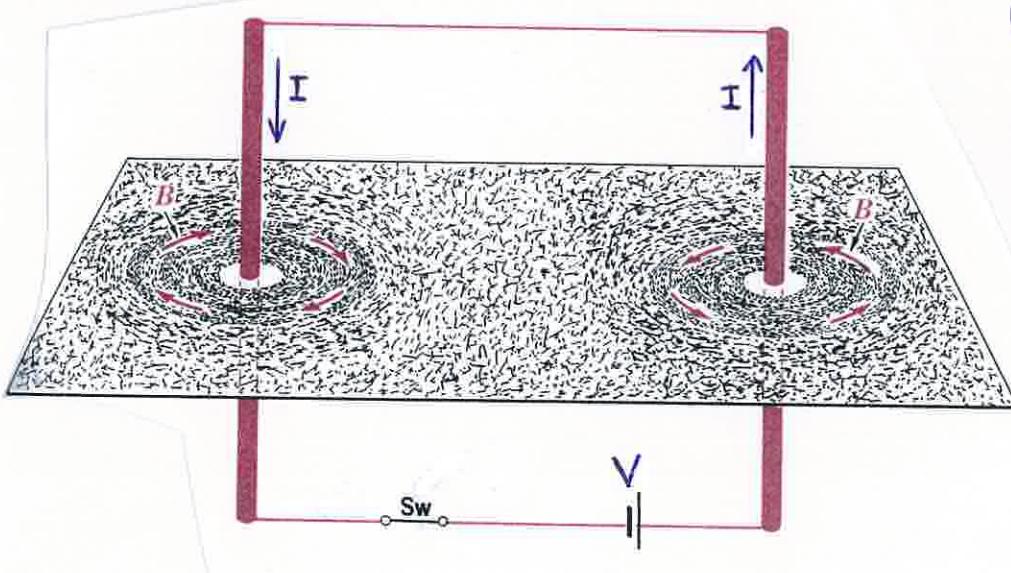
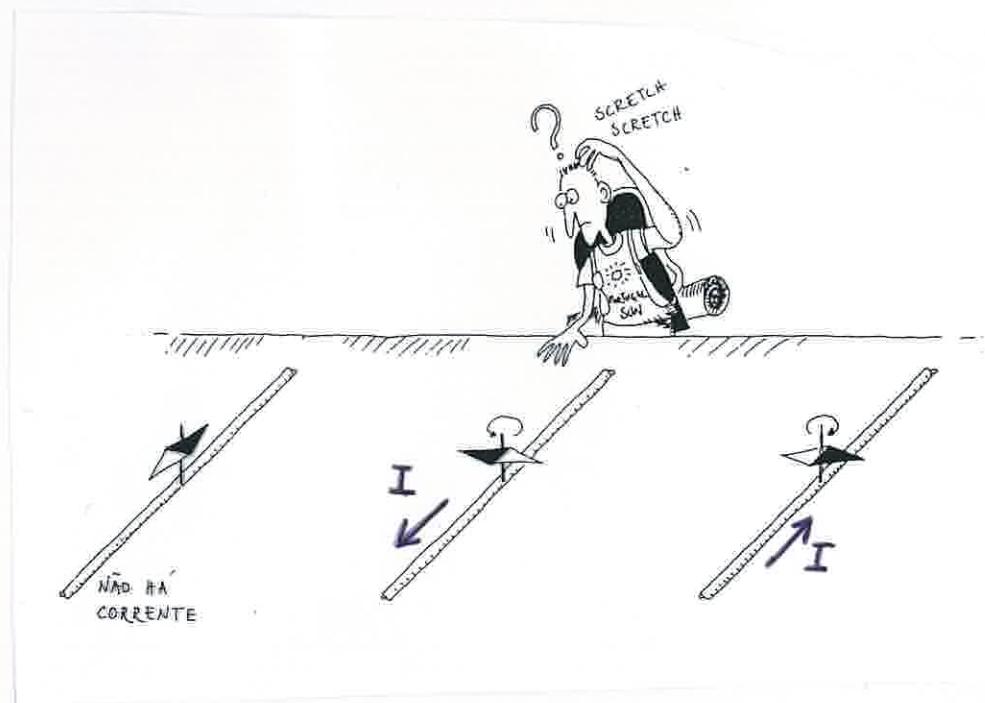
$$N \quad + \quad - \quad S = N \quad + \quad - \quad S + N \quad + \quad - \quad S$$

A EXPERIÊNCIA DE OERSTED (1820)

20

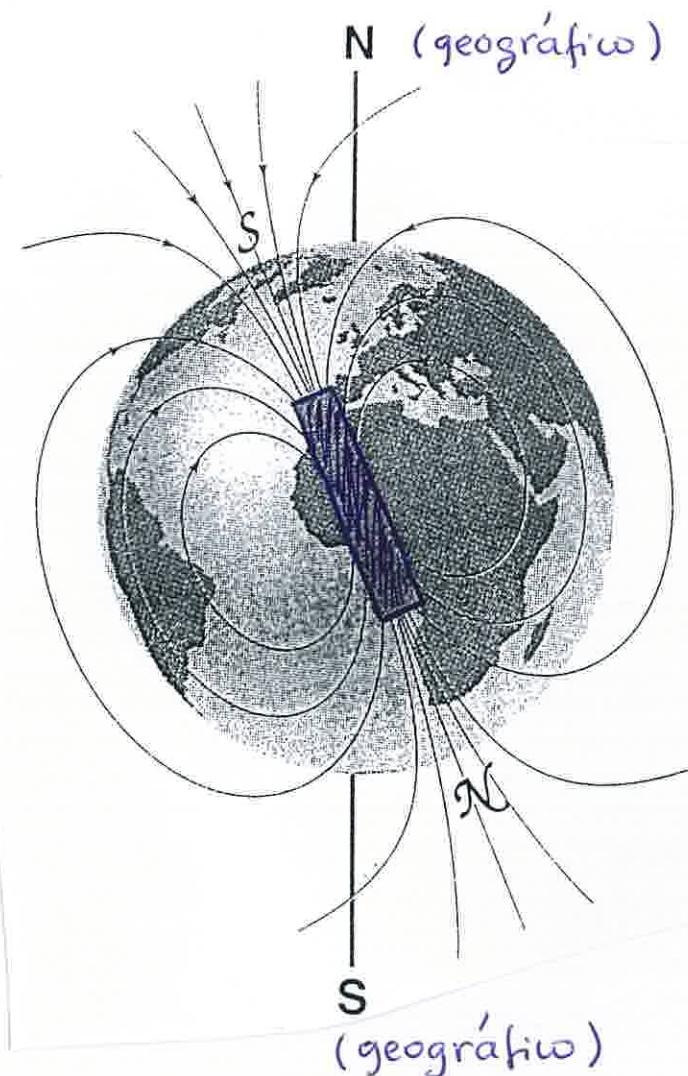


Uma corrente
eléctrica cria
um campo
magnético.



Um "desenho"
das linhas do
campo
magnético

O CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE



O campo magnético da Terra poderia ser devido a um enorme magnete no interior da Terra, ligeiramente inclinado em relação ao eixo N-S geográfico... Mas... não é!

O campo magnético terrestre tem origem em correntes geradas nas regiões líquidas do interior da Terra.

Ordem de grandeza de alguns campos magnéticos

Terra — 5×10^{-4} T (tesla)

Merúrio — 2×10^{-7} T

Sol — 10^{-2} T

espaço interestelar — 10^{-10} T

pequeno magnete em barra — 10^{-2} T

à superfície de um núcleo atómico ~ 10^{12} T

Distribuição de linhas do campo magnético

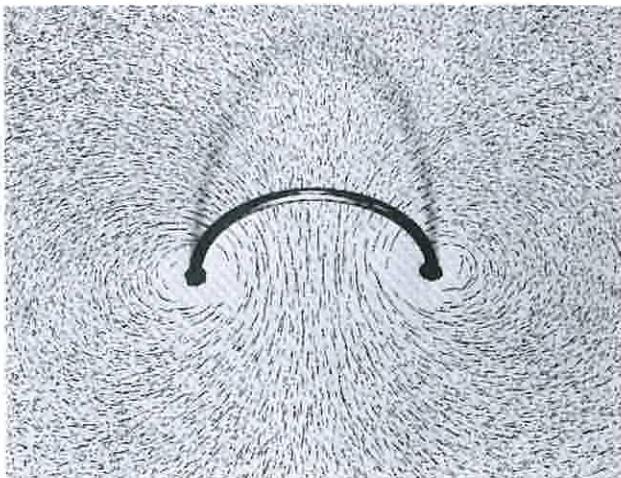


FIGURE 30.8 The pattern of iron filings for a current-carrying loop.

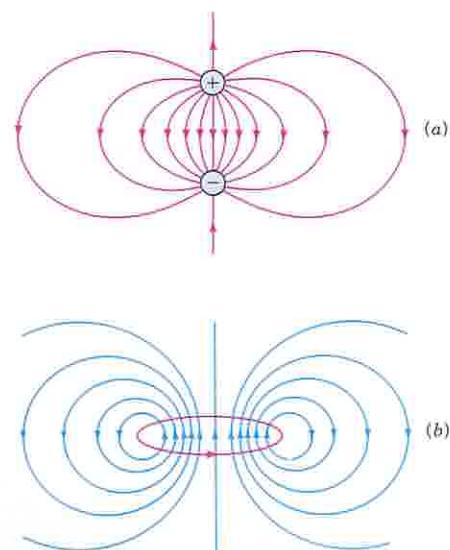


FIGURE 30.9 The field lines for (a) an electric dipole and (b) for a magnetic dipole. Although the far fields appear to be similar, the near fields are in opposite directions.

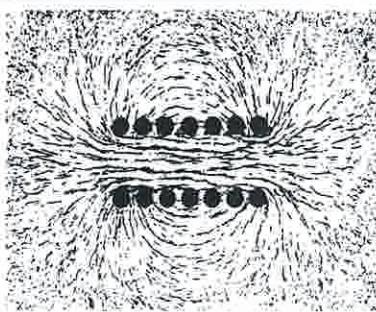


FIGURE 30.10 The pattern of iron filings for seven loops.

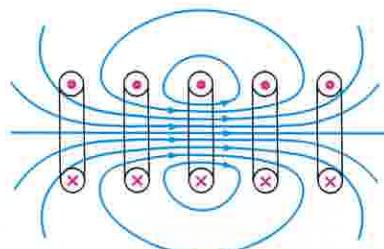


FIGURE 30.11 The field lines for five loops.

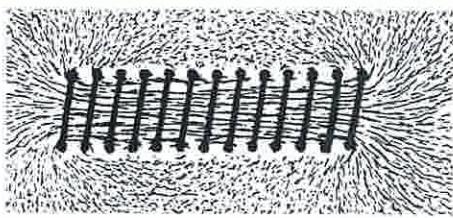
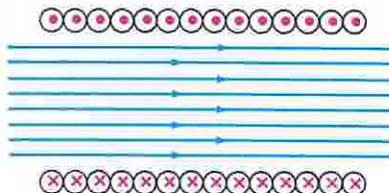


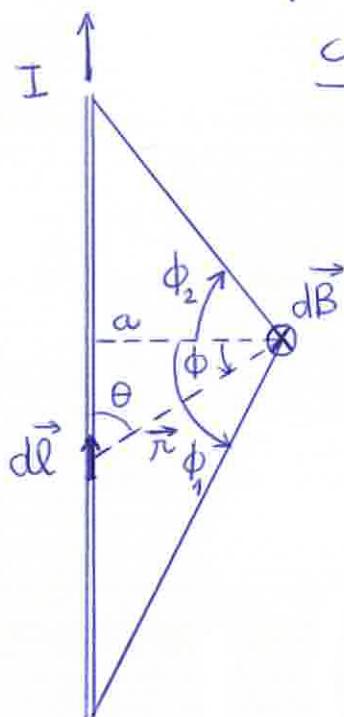
FIGURE 30.12 The field within a long solenoid is uniform. Outside, it is essentially zero.



in "University Physics", Harris Benson

Aplicação da Lei de Biot e Savart e
do princípio de superposição

(1) Condutor rectilíneo percorrido pela corrente I



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} d\vec{l} \wedge \hat{r}$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} dl \sin\theta$$

$$a = r \cos \phi \rightarrow r^2 = \frac{a^2}{\cos^2 \phi}$$

$$l = a \tan \phi \rightarrow dl = a \sec^2 \phi d\phi$$

$$\sin \theta = \cos \phi$$

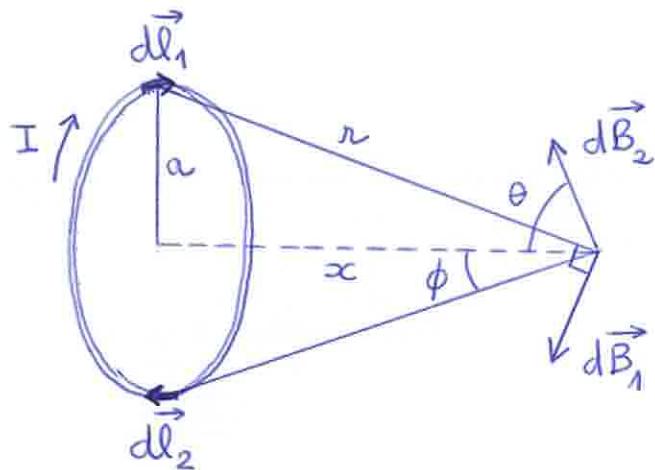
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{a \sec^2 \phi \cos^2 \phi}{a^2} \cos \phi d\phi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \phi_2 - \sin \phi_1)$$

Condutor "infinito": $\phi_1 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ e $\phi_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$

↪ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

(2) Espira circular de raio a percorrida pela corrente I



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} d\vec{l} \wedge \hat{r} \quad d\vec{l} \perp \hat{r}$$

$$(dB)_{\text{segundo}} = |d\vec{B}| \cos\theta = |d\vec{B}| \sin\phi$$

o eixo da
espira

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \sin\phi \quad \int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \sin\phi \times 2\pi a$$

$$r^2 = a^2 + x^2 \quad \text{e} \quad \sin\phi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

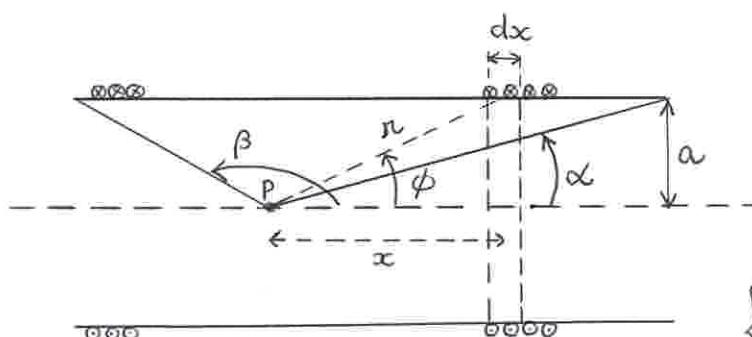
$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2a} \text{ no centro da espira (}x=0\text{)}$
 $\searrow B = \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}, \text{ para } x \gg a$

A é a área limitada pela
espira e $m = IA$, a grandeza do momento dipolar magnético da espira.

(3) SOLENÓIDE DE COMPRIMENTO L FORMADO POR

N espiras uniformemente distribuídas

$$m = \frac{N}{L}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = a \cotan \phi \\ dx = -a \cosec^2 \phi d\phi \end{array} \right.$$

CAMPO \vec{B} criado em P : sobreposição dos campos devidos a cada "anel de corrente"

$$dB = \frac{\mu_0 m i}{2} \frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dx \quad m i dx = \text{corrente num anel}$$

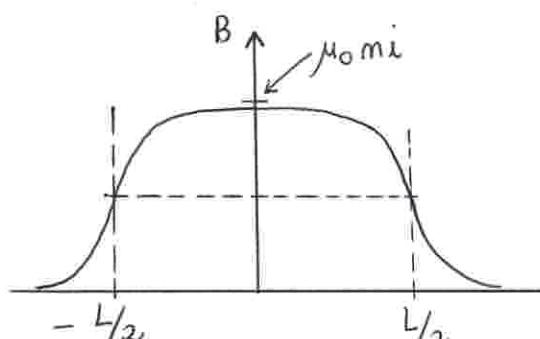
campo de um "anel de corrente" num ponto do eixo.

Integrandos para todos os anéis (espiras) :

$$B = \frac{\mu_0 m i}{2} (\cos \alpha - \cos \beta)$$

- ponto no centro de um solenoide muito longo : $\alpha \rightarrow 0$ e $\beta \rightarrow \pi \Rightarrow B = \mu_0 m i$

- ponto num extremo de um solenoide muito longo : $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ e $\beta \rightarrow \pi \Rightarrow B = \frac{\mu_0 m i}{2}$

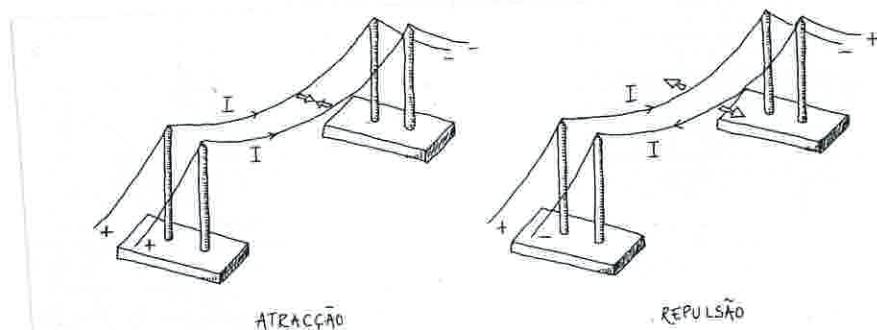


Força de Laplace : $d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$

↓

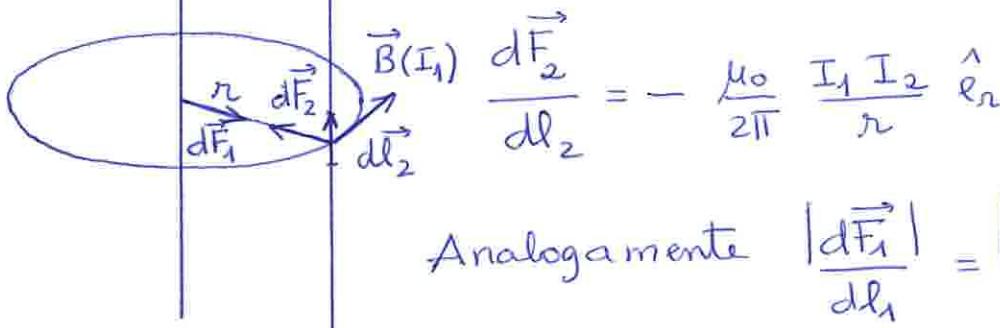
força exercida sobre cada elemento $d\vec{l}$ de um circuito, percorrido pela corrente I , quando colocado numa região onde existe um campo magnético \vec{B}

Duas correntes elétricas exercem forças uma sobre a outra : estas forças são attractivas se as correntes tiverem o mesmo sentido e repulsivas se tiverem sentidos opostos.



Força entre duas correntes paralelas à distância r

$$\begin{aligned} d\vec{F}_2 &= I_2 d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}(I_1) = I_2 d\vec{l}_2 \hat{e}_z \wedge \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \hat{e}_\phi \\ &= - d\vec{l}_2 \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} \hat{e}_r \end{aligned}$$

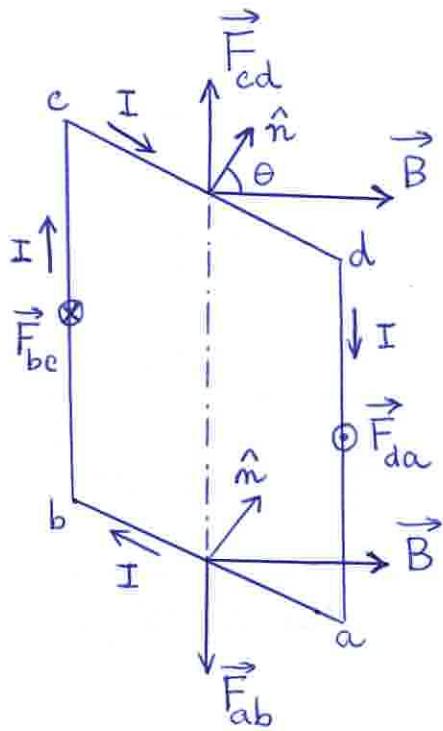


$$\text{Analogamente } \left| \frac{d\vec{F}_1}{dl_1} \right| = \left| \frac{d\vec{F}_2}{dl_2} \right| = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r}$$

A expressão $\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r}$ é usada para definir o ampere (A).

Acção de um campo magnético uniforme \vec{B} sobre uma espira de corrente

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$



$$|d\vec{F}_{ab}| = I dl B \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) =$$

$$= I dl B \cos\theta$$

$$|\vec{F}_{ab}| = I B \cos\theta l_{ab}$$

$$|\vec{F}_{cd}| = I B \cos\theta l_{cd}$$

estas forças não produzem efeito sobre a espira

$$\overline{bc} = \overline{da} \equiv l$$

$$|\vec{F}_{bc}| = |\vec{F}_{da}| = IBl$$

estas forças formam um binário que faz rodar a espira, de modo a que o seu plano fique perpendicular a \vec{B} .

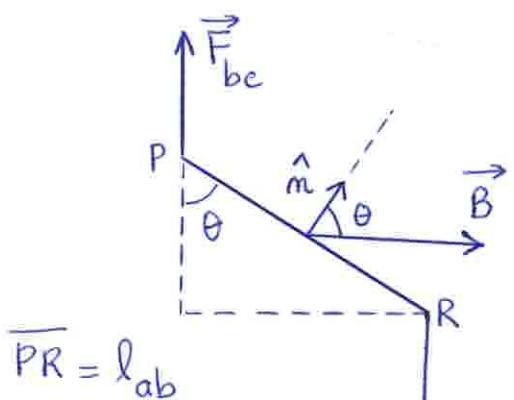
Cálculo do momento das forças em relação a P :

$$|\vec{M}_b| = F_{da} \overline{PR} \sin\theta =$$

$$= IB l \underbrace{l_{ab}}_{\text{A}} \sin\theta = IBA \sin\theta$$

A = área limitada pela espira

$$\boxed{\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}}$$



$$\overline{PR} = l_{ab}$$

sendo

$$\boxed{\vec{m} = IA \hat{m}}$$

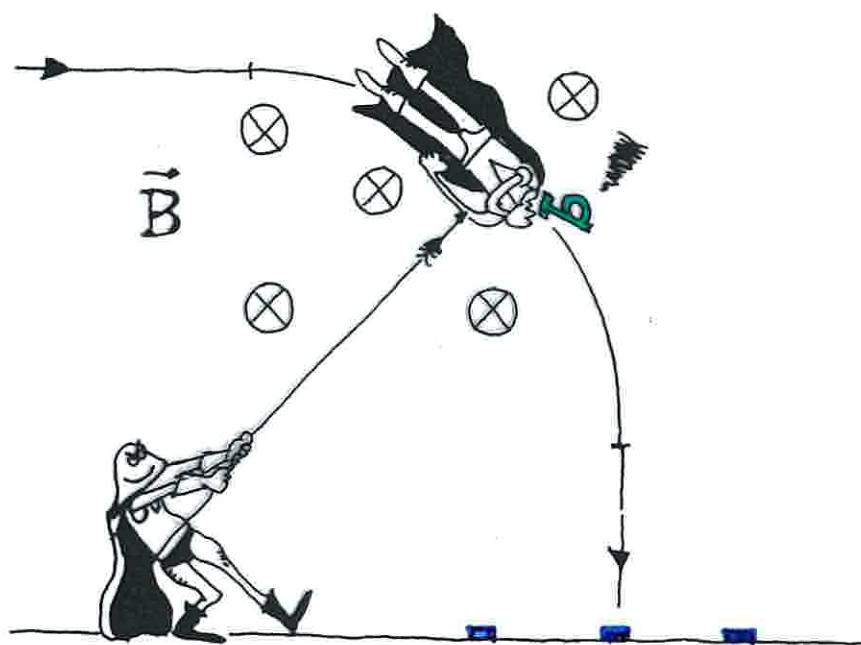
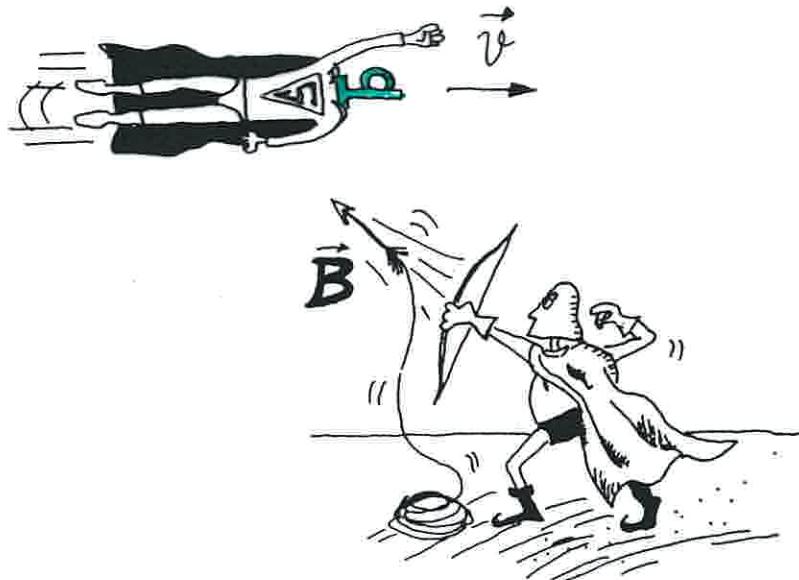
o momento magnético da espira .

Um campo magnético exerce uma força sobre uma carga eléctrica em movimento

28

A acção do campo magnético sobre cargas em movimento é aproveitada em imensas aplicações.

Consideremos a situação, representada na figura, em que uma carga em movimento é actuada por um campo magnético \vec{B} .



$$\vec{F}_{\text{mag.}} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

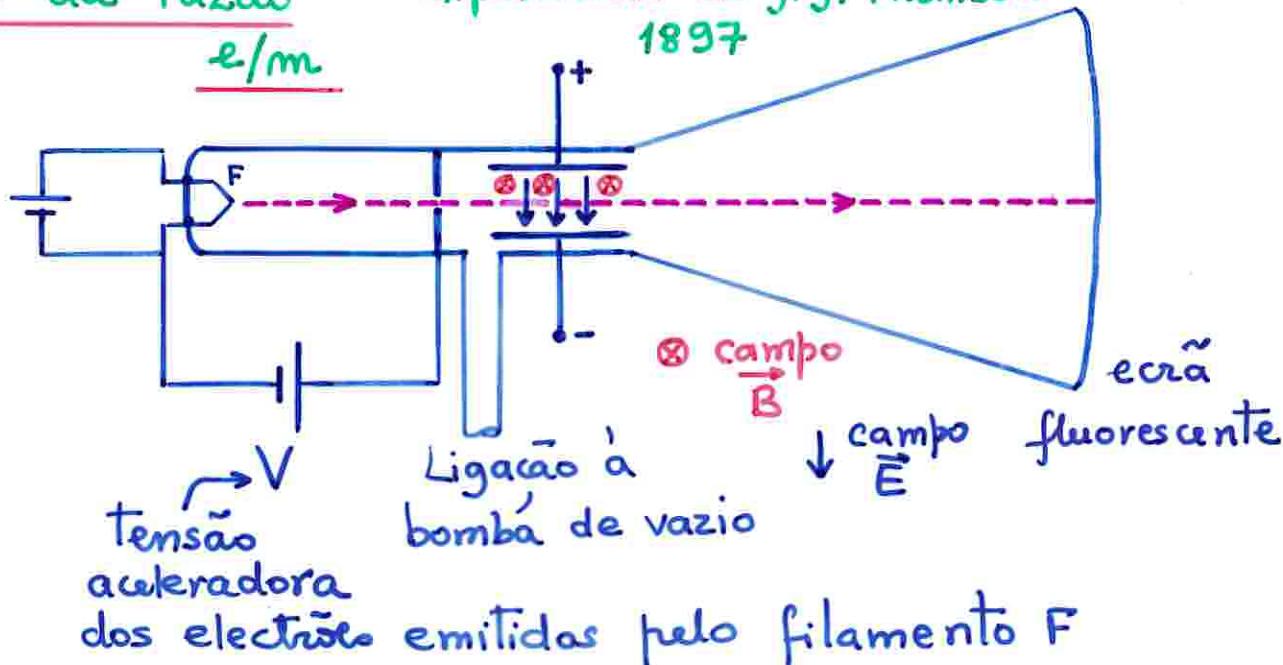
$$q v B = \frac{m v^2}{R}$$

$$|\vec{F}_{\text{mag.}}| = q v B \sin \theta$$

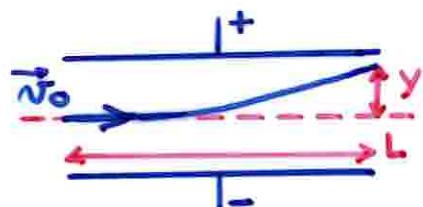
$$\rightarrow R = \frac{m v}{q B}$$

Medição da razão e/m — Experiência de J. J. Thomson

29



- Desvio das cargas negativas devido apenas ao campo \vec{E}



$$y = \frac{eE}{2m} \frac{L^2}{v_0^2}$$

- Efeito simultâneo dos campos \vec{E} e \vec{B}

$$F_e = F_{mag} \rightarrow eE = eN_0 B$$

$$N_0 = \frac{E}{B}$$

Assim :

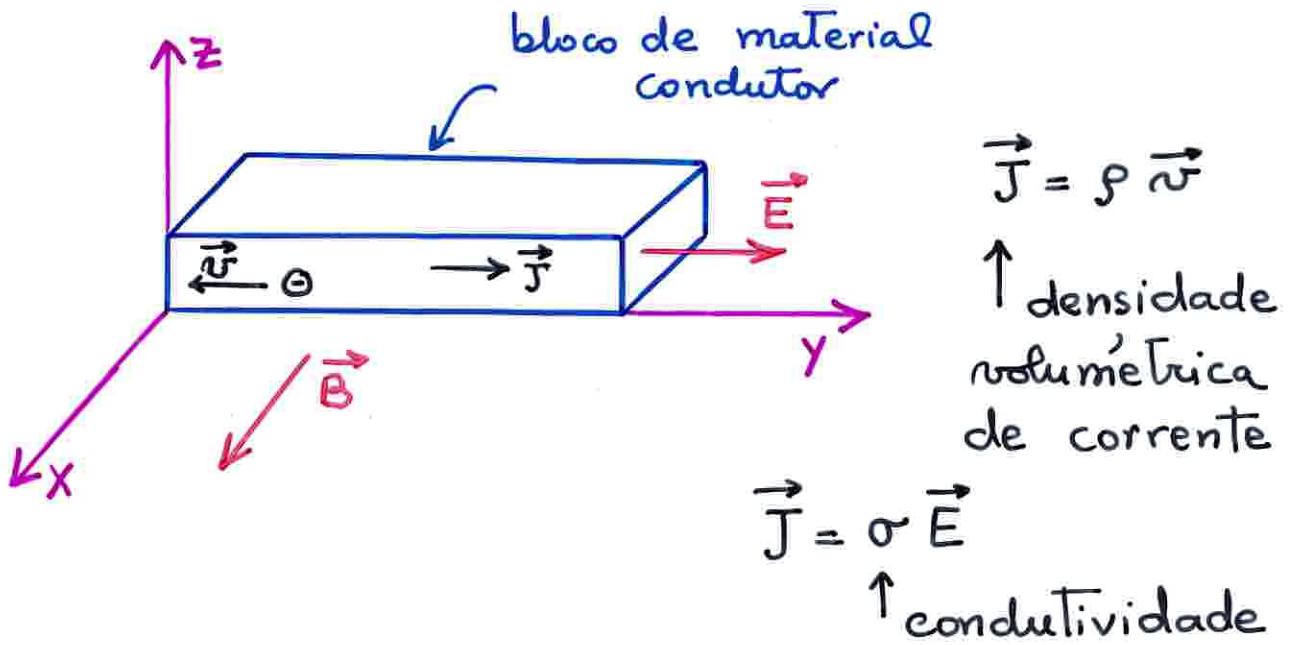
$$\frac{e}{m} = \frac{2yE}{L^2 B^2}$$

$\left. \begin{array}{l} \vec{E} \\ \vec{B} \end{array} \right\}$ Campos ajustáveis

$y \rightarrow$ dimensões do tubo e desvio medido no ecrã

$L \rightarrow$ características do aparelho

EFEITO de HALL



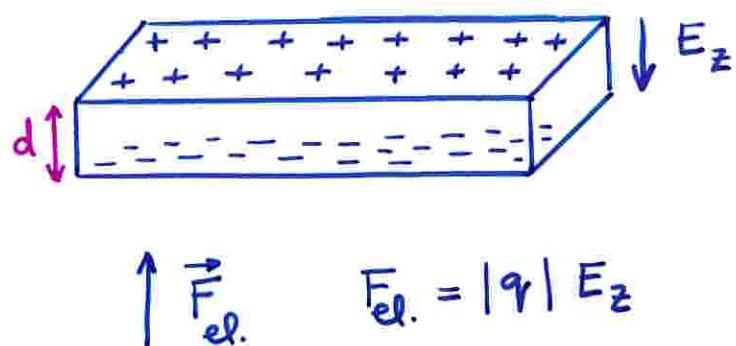
- Aplicação de um campo magnético \vec{B} segundo o eixo dos xx

$$\vec{F}_{\text{mag}} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$\downarrow \vec{F}_{\text{mag.}}$

← a força sobre os eléctrões aponta no sentido oposto ao eixo dos zz

- A acumulação de cargas negativas na face inferior do bloco condutor faz surgir um campo eléctrico



← Este campo exerce uma força sobre os eléctrões que tende a equilibrar a força magnética

Em equilíbrio : $q E_z = q n \vec{v} B$

$$E_z = n v B$$

- densidade de corrente : $\vec{J} = \rho \vec{n} = m q \vec{n}$
 n° de portadores de carga
 por unidade de volume
- $E_z = \frac{V}{d} \leftarrow$ d.d.p. (medida entre as faces da barra)
 $d \leftarrow$ espessura da barra condutora)

$$E_z = n v B \rightarrow E_z = \frac{J}{m q} B$$

$$\boxed{\frac{E_z}{J B} = \frac{1}{m q}}$$

- (a) Conhecidos J (a partir da intensidade de corrente)
 B (campo aplicado)
 E_z (obtido da d.d.p. medida)

pode estudar-se a "estrutura" do material;

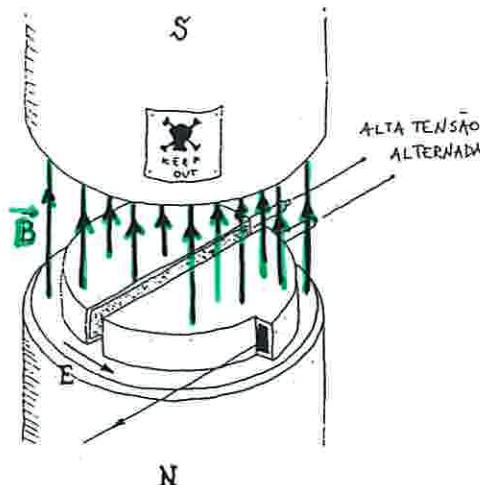
- (b) Conhecidos J , E_z e
 o coeficiente de Hall $\frac{1}{m q}$

pode determinar-se o campo magnético.

UTILIZAÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS EM ACELERADORES DE PARTÍCULAS

32

A acção de campos magnéticos em cargas em movimento é utilizada para guiar feixes de partículas nos aceleradores. O ciclotrão de Lawrence foi a primeira máquina para acelerar partículas a grandes velocidades. O facto do ciclotrão e de uma grande parte dos aceleradores de partículas serem aproximadamente circulares está ligado ao uso de campos magnéticos que fazem as partículas mudar de direcção e levam a órbitas fechadas.



O ciclotrão é constituído por duas cavidades semicilíndricas imersas num campo magnético uniforme e separadas por uma fenda estreita onde se aplica um tensão alterna. Devido ao campo magnético, as partículas carregadas seguem trajectórias circulares com velocidade constante fora dessa fenda. A aceleração das partículas é efectuada pelo campo eléctrico existente na fenda, que tem de ser aplicado sempre no sentido da velocidade das partículas carregadas.

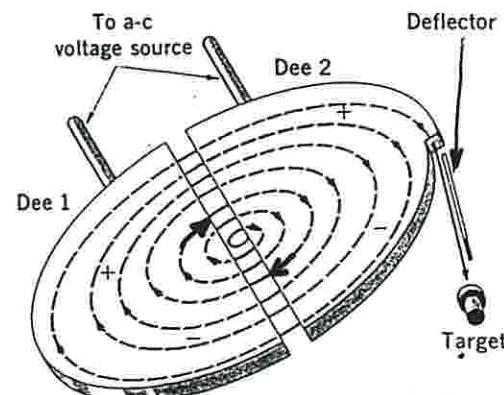
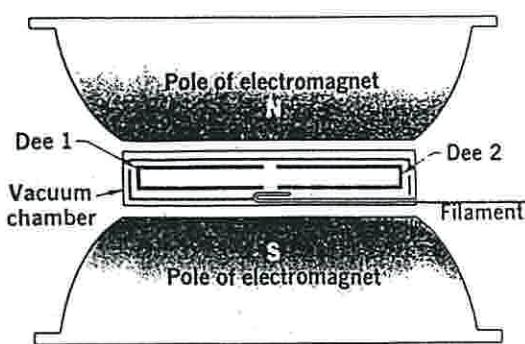
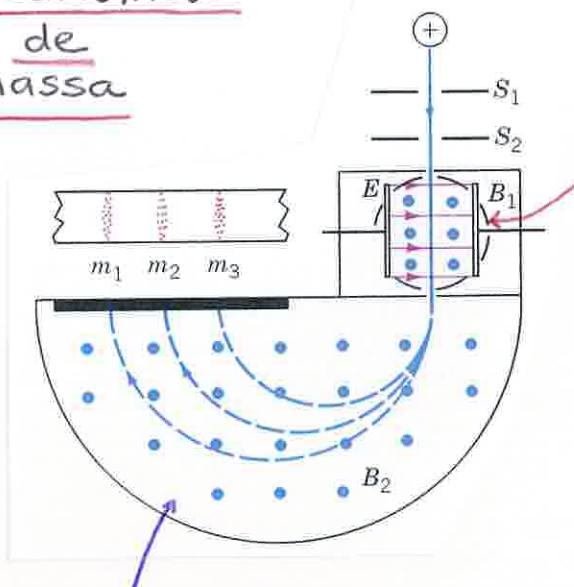


Figure 25-8. Schematic diagram of a cyclotron.

Espectrómetro de massa



selector de velocidades

$$qE = qvB_1$$

$$v = \frac{E}{B_1} \quad \leftarrow \text{apenas os íons cuja velocidade}$$

satisfaz esta relação entram no espectrómetro

$$\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \times \vec{B}_2 \rightarrow qvB_2 = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB_2} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{o raio é maior} \\ \text{para os íons de} \\ \text{maior massa.} \end{array}$$

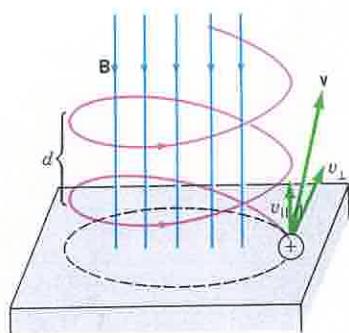
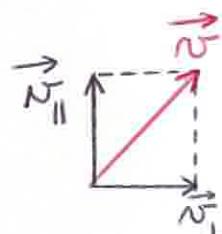


FIGURE 29.23 When a charged particle moves at an angle to the field it travels in a helical path.

Trajetórias helicoidais

$$\vec{v} = \vec{v}_{||} + \vec{v}_{\perp}$$

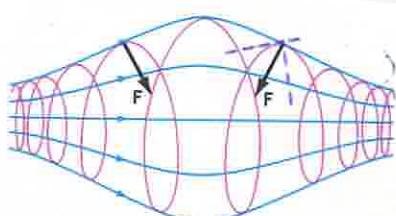


composição de um movimento circular uniforme,

$$\frac{mv_{\perp}^2}{R} = qv_{\perp}B, \text{ com um movimento}$$

$$\text{rectilíneo uniforme, } d = v_{||}T, \text{ com } T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$$

Campo magnético não uniforme

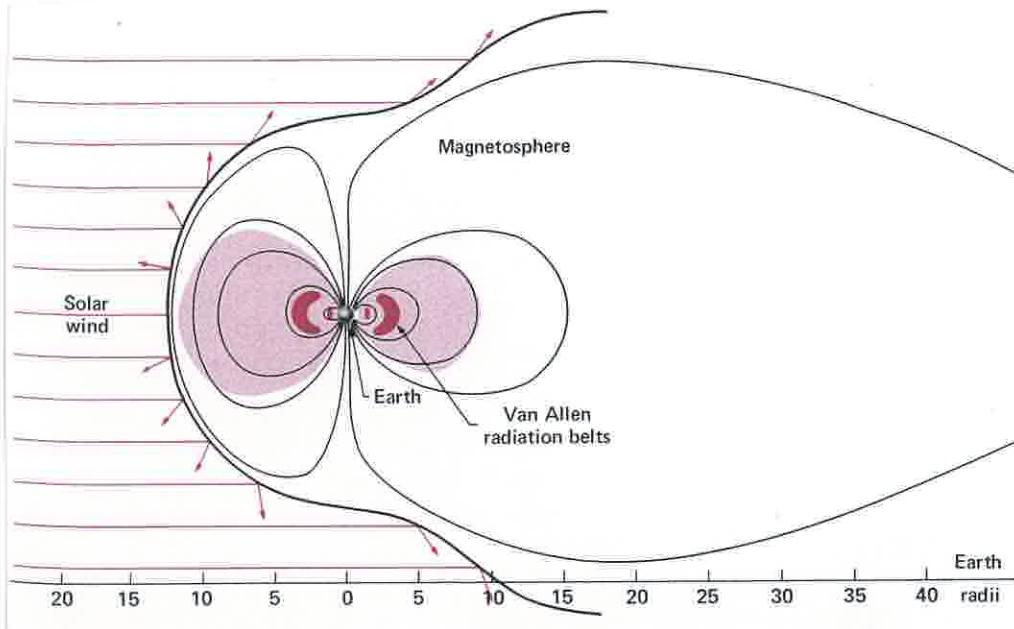


As partículas descrevem trajetórias em hélice com "raio" variável

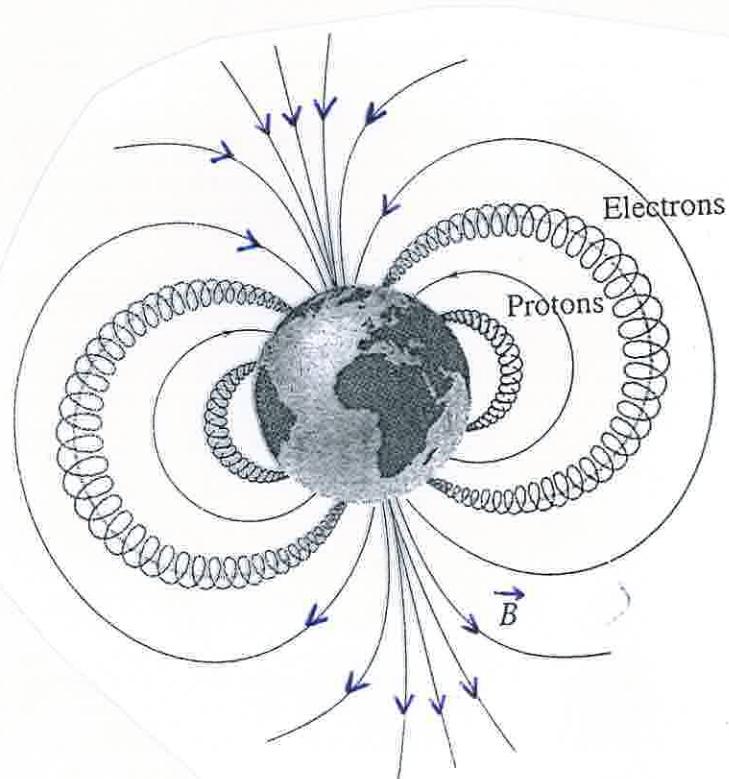
FIGURE 29.24 In a nonuniform magnetic field a charged particle experiences a force directed toward regions where the field is weaker. The direction of motion along the spiral path may be reversed. This is the principle of the "magnetic bottle."

Efeito do vento solar no campo magnético da Terra

34



Vento solar: fluxo de prótons e de elétrons emitidos pelo Sol; a sobreposição entre o campo magnético desta corrente (de partículas) e o campo magnético terrestre distorce profundamente este último.



↙ Cinturões de radiação de van Allen:

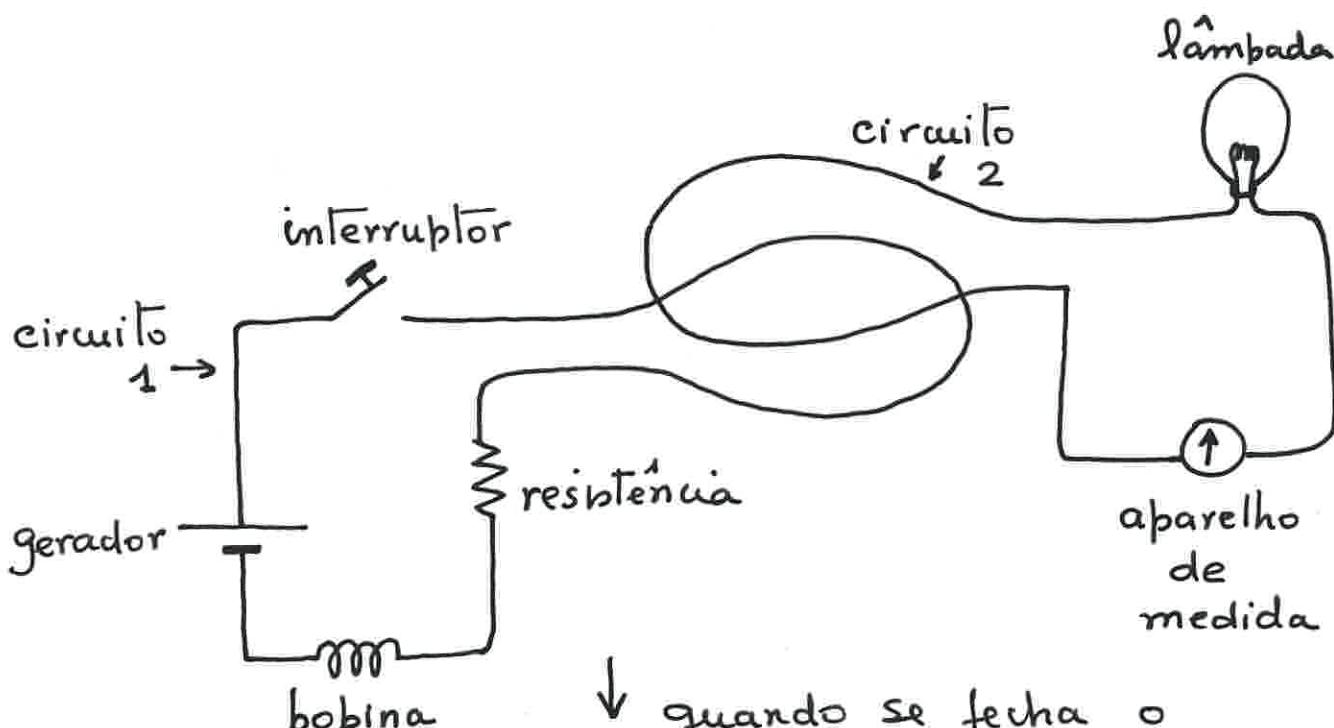
partículas
"aprisionadas" no campo magnético da Terra
oscilam entre os
pólos Norte e Sul.

A indução electromagnética ~ 1831

M. FARADAY ; J. HENRY ; H. LENZ



→ quando o íman se move rapidamente para dentro e para fora da bobina, é detectada uma corrente no circuito, ora num sentido, ora noutra.



↓ quando se fecha o interruptor, regista-se passagem de corrente no circuito 2 durante o intervalo de tempo que decorre até se estabelecer uma corrente constante no circuito 1.

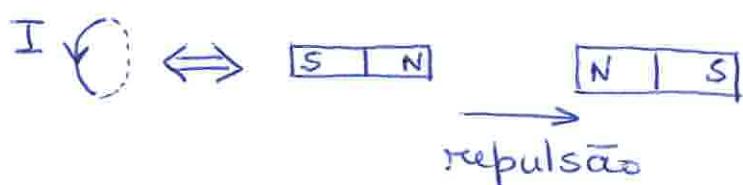
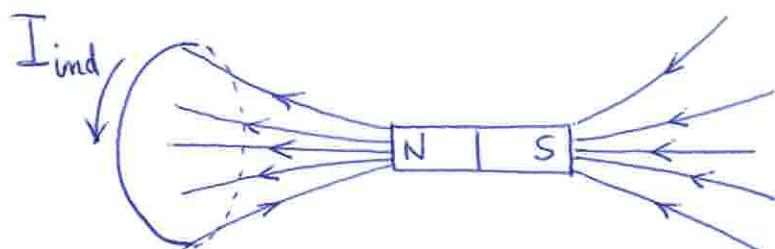
"força" electromotriz

induzida : é uma grandeza escalar; exprime-se em volts (V) no sistema SI .

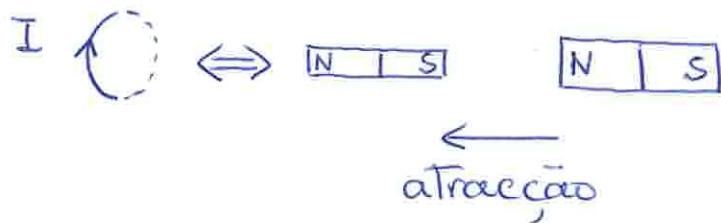
$$\Sigma_{\text{ind}} = - \frac{d\phi_{\text{mag}}}{dt}$$

Ilustração da Lei de Lenz

- (a) aproximação do íman: aumenta o fluxo através da espira → então a corrente na espira é tal que o magnete seja repelido

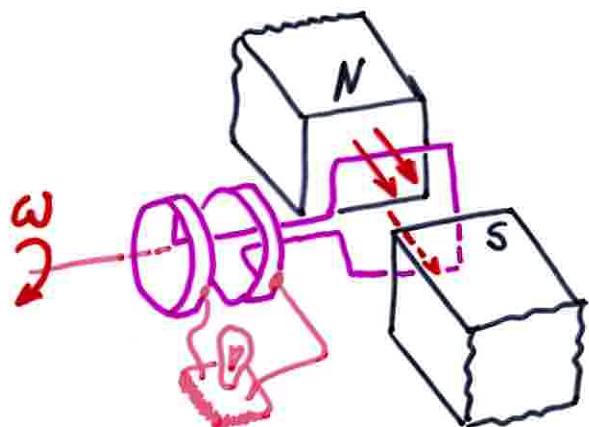


- (b) afastamento do íman: diminui o fluxo através da espira → então a corrente induzida é tal que o magnete será atraído.



Lei de Lenz: a corrente induzida num circuito tem um sentido tal que o seu efeito vai contrariar a variação de fluxo que esteve na sua origem.

Geradores de corrente alternada



Existe um campo \vec{B}
(aproximadamente constante entre os pólos do magnete)

$A(s)$ espira(s) roda(m) com velocidade angular constante ω em torno de um eixo

O fluxo magnético que atravessa cada espira

$$\text{e}' \quad \Phi = \vec{B} \cdot \hat{m} A$$

$\uparrow \quad \uparrow$
área da espira
perpendicular
em cada instante ao plano da espira

Para uma bobina com N espiras:

$$\Phi_{\text{total}} = N B \cos \theta A = NBA \cos(\omega t + \alpha)$$

pois $\theta(t) = \omega t + \alpha$ fase na origem

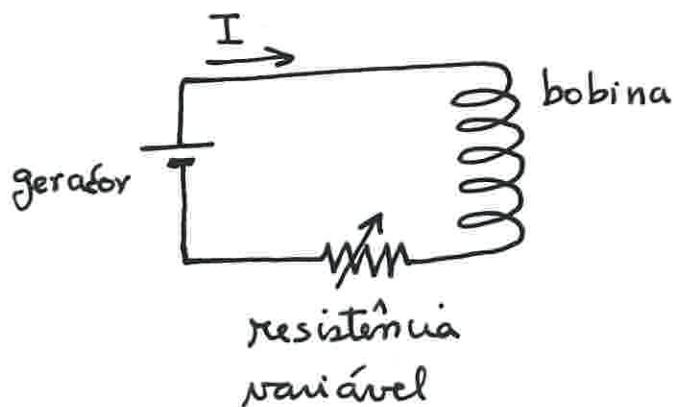
Força electromotriz induzida

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt} = \underbrace{NBA\omega}_{\mathcal{E}_0 \leftarrow \text{amplitude}} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\downarrow \quad \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

Corrente induzida $I(t) = \frac{NBA\omega}{R} \sin(\omega t + \alpha)$
num circuito puramente resistivo $I_0 \leftarrow \text{amplitude}$

Auto-indução



O fluxo total que atravessa a bobina é

$$\Phi_{\text{total}} = N \phi = L I$$

cada espira

A indutância L é uma característica da bobina que depende da sua geometria, das suas dimensões e do material existente no seu interior.

Quando a corrente no circuito varia com o tempo, surge uma força electromotriz auto-induzida:

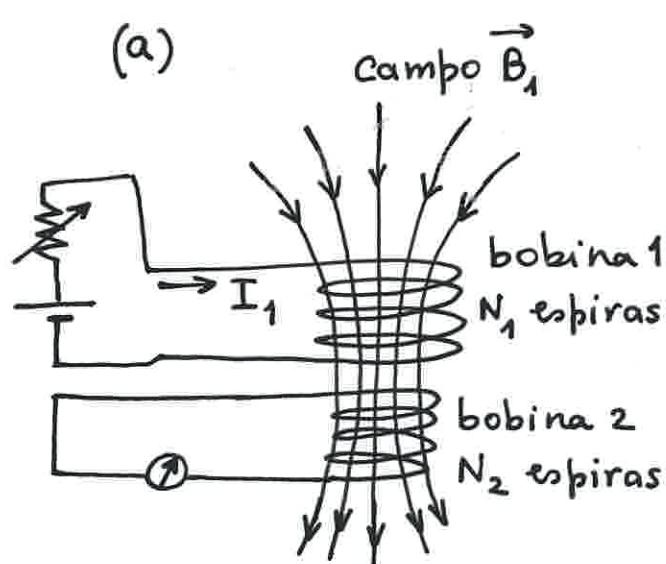
$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

ou

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}$$

Indução mútua

- O fluxo que atravessa a bobina 2 quando a corrente I_1 varia é $N_2 \phi_{21}$



- A f.e.m. induzida no circuito 2 é

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} \quad \text{com} \quad \frac{d\phi_{21}}{dt} \propto \frac{dI_1}{dt}$$

- A constante de proporcionalidade é a indutância mútua entre o circuito 1 e o 2 :

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

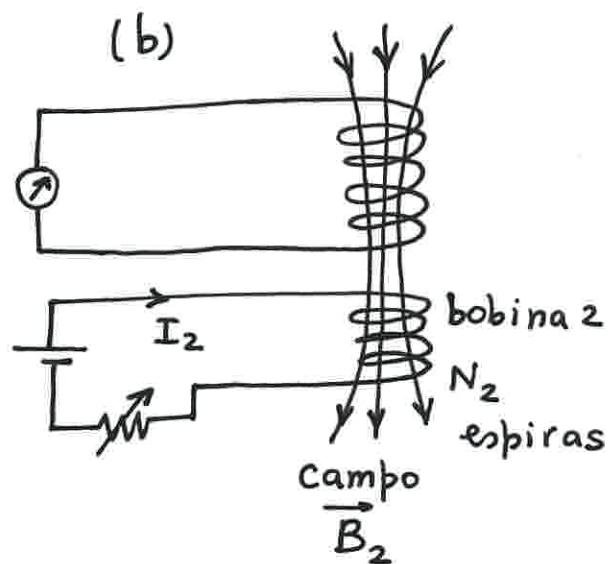
De modo análogo para o esquema (b)

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

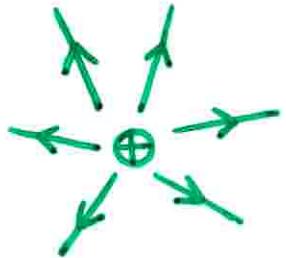
$$\text{com} \quad \frac{d\phi_{12}}{dt} \propto \frac{dI_2}{dt}$$

$$\text{Assim} \quad \mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

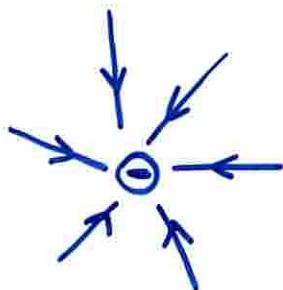
$M_{12} = M_{21} = M$ é a indutância mútua entre os dois circuitos : depende da forma, dimensões e orientação relativa dos circuitos.



As cargas elétricas criam campos elétricos



$$\oint_s \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



... mas, polos magnéticos N e S não se conseguem isolar

$$\oint_s \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0 !$$

Oersted verificou que as correntes elétricas produzem campos magnéticos

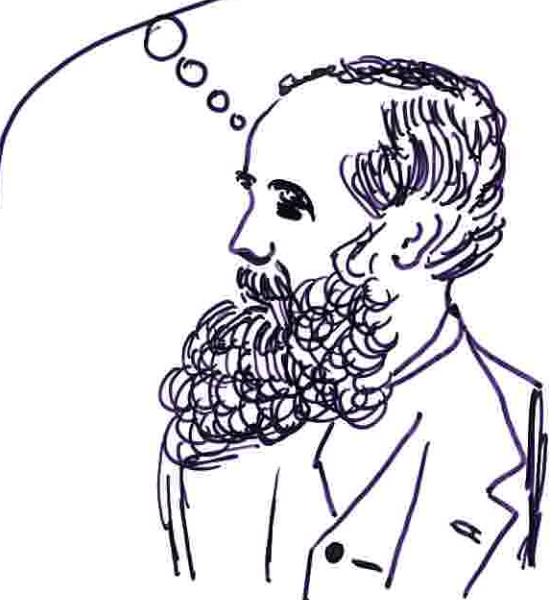
$$\oint_c \vec{B} \cdot \hat{t} dl = \mu_0 I + \dots$$

acho que falta aqui "qualquer coisa"!

Faraday mostrou que também se pode obter um campo elétrico induzido fazendo o campo magnético do campo variar, o fluxo

$$E_{\text{ind}} = \oint_c \vec{E} \cdot \hat{t} dl = - \frac{d\Phi}{dt}$$

(continua)



James Clerk MAXWELL

Se os fenómenos eléctricos e os fenómenos magnéticos estão relacionados ... vou **jogar** com as equações que os descrevem!...

Algum tempo depois ...

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

Mas ...

$\mu_0 \epsilon_0$ está no "sítio"

Estas equações têm o mesmo aspecto da equação de propagação de uma onda!

de $\frac{1}{c^2}$

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \text{ ou seja}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Este número é igual à velocidade da luz!



A velocidade da luz

Autor Data	Método	Valor
Romer (1676)	Variação no período observado da órbita dos satélites de Júpiter devido à translação da Terra.	226870 km/s
Bradley (1727)	Variação na direcção da luz vinda de estrelas perpendiculares à órbita da Terra devido à velocidade da Terra.	299649 km/s
Fizeau (1849)	tempo levado pela luz a percorrer nos dois sentidos o caminho entre Montmartre e Suresnes ($\approx 9\text{km}$).	312146 km/s
Fizeau, Foucault, Cornu (1875)	Desvio provocado no raio de luz após duas reflexões sucessivas, separadas por dado percurso óptico, num espelho rotativo a grande velocidade.	299918 km/s
Michelson (1926)	Experiência muito aperfeiçoada do espelho rotativo.	$299796 \pm 4 \text{ km/s}$
Anderson (1941)	Experiência muito aperfeiçoada tipo Fizeau (com controlo electro-óptico).	$299776 \pm 6 \text{ km/s}$

Valor actual : $299792,458 \text{ km/s}$

(referido em Rev. of Modern Physics
Vol. 72, n.º 2 (2002) pg. 447)

A luz visível e as "luzes" que não vemos são

Ondas electromagnéticas

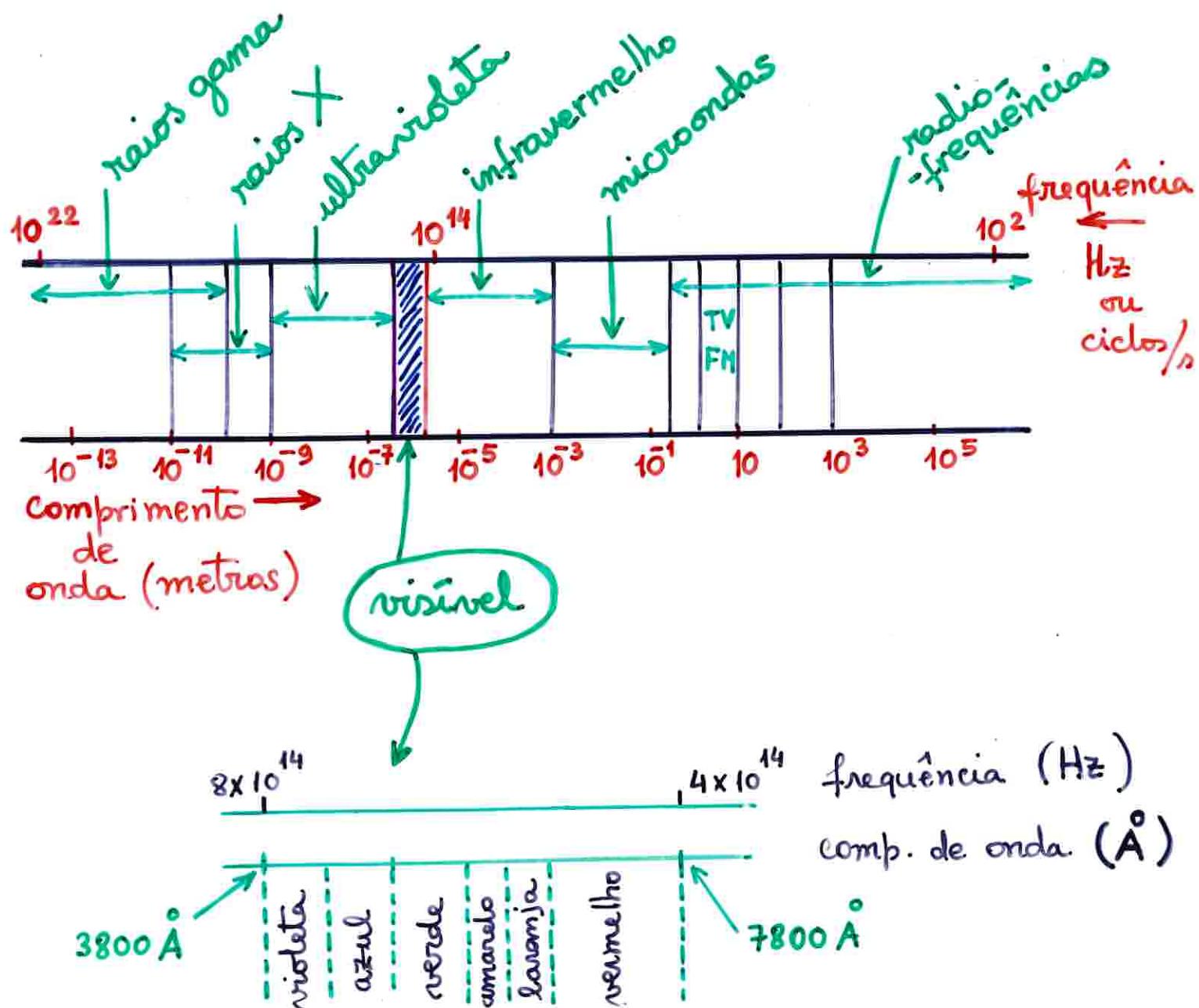
Transportam de um lugar a outro a informação de que existe um campo electromagnético!

Propagam-se no vácuo à velocidade de 3×10^8 m/s !

MAXWELL realizou a UNIFICAÇÃO, da Óptica com o Electromagnetismo



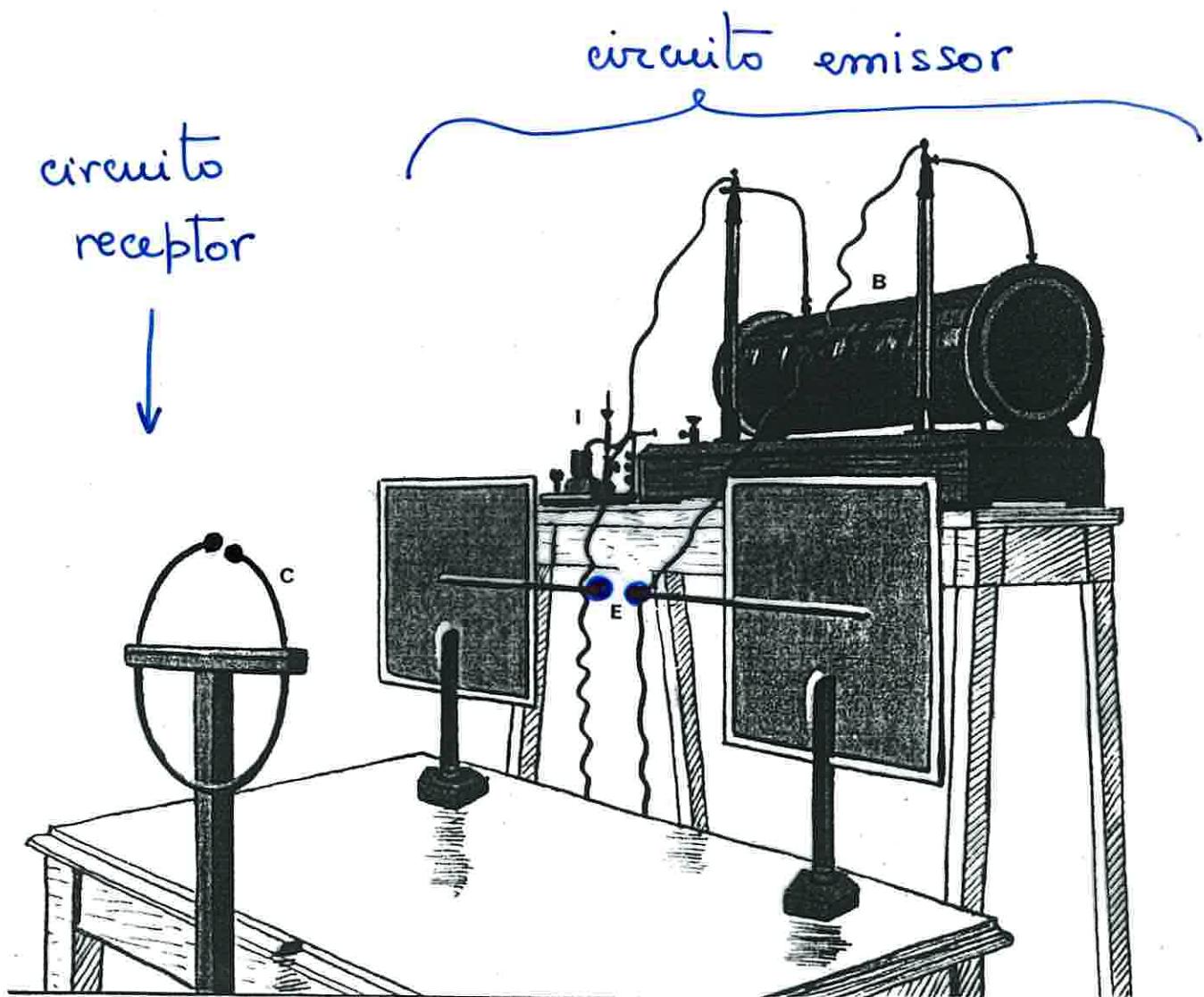
O espectro electromagnético



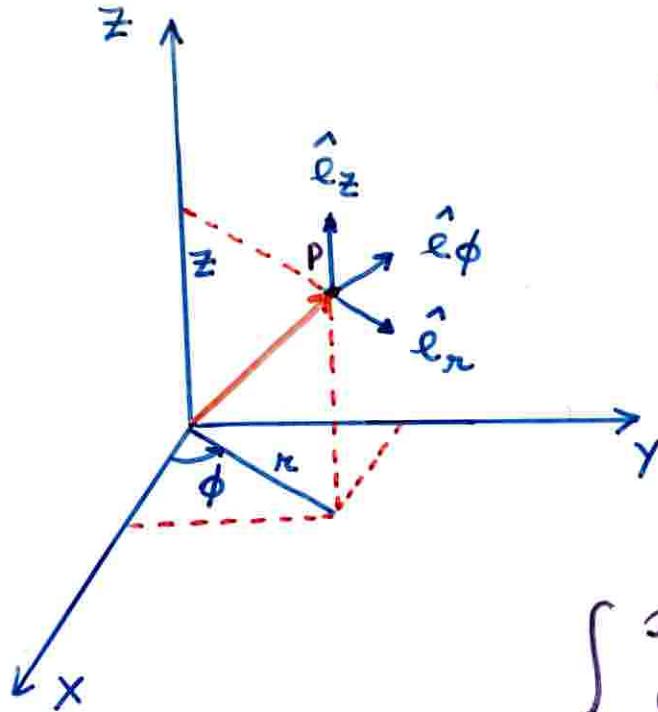
$$1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$$

O "anel mágico" de
Heinrich HERTZ

1887 - produção de ondas hertzianas



Coordenadas cilíndricas



$$P(r, \phi, z)$$

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \\ z = z \end{cases}$$

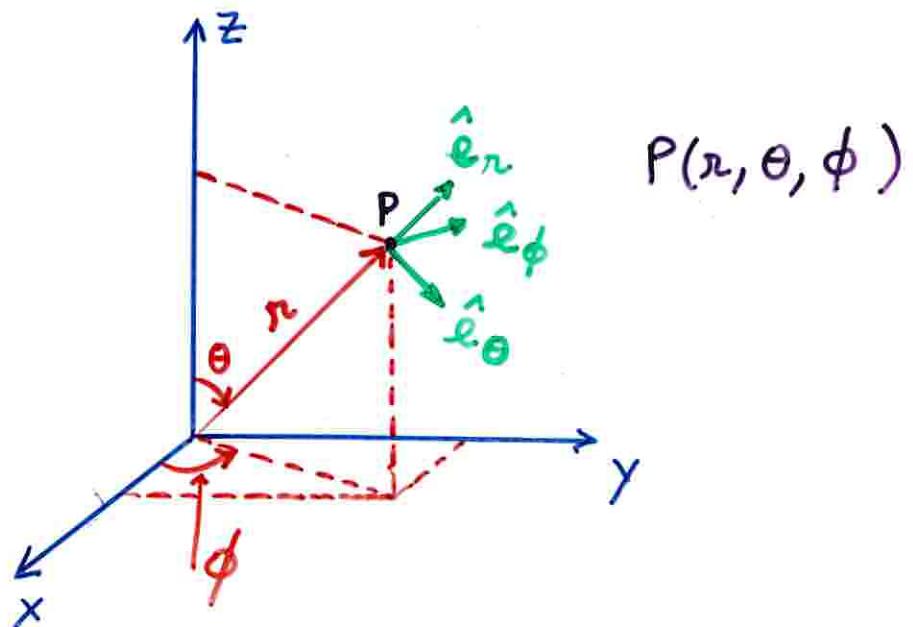
$$\begin{cases} \uparrow \\ r = (x^2 + y^2)^{1/2} \\ \phi = \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \\ z = z \end{cases}$$

coordenadas esféricas

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

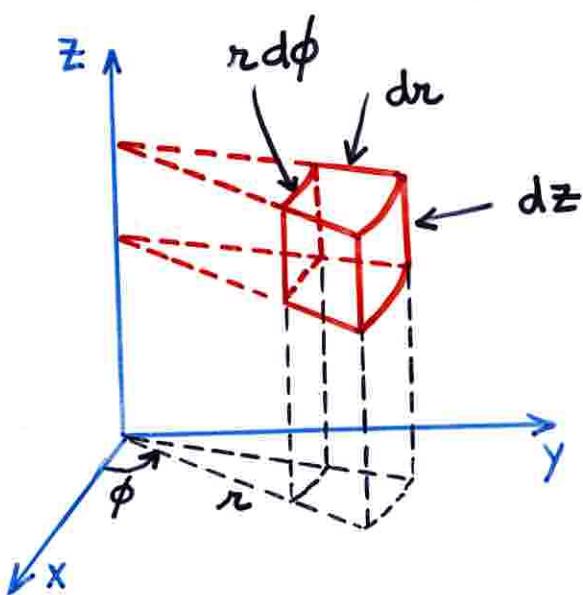
$$\downarrow$$

$$\begin{cases} r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \\ \theta = \arccos \left(\frac{z}{r} \right) \\ \phi = \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \end{cases}$$



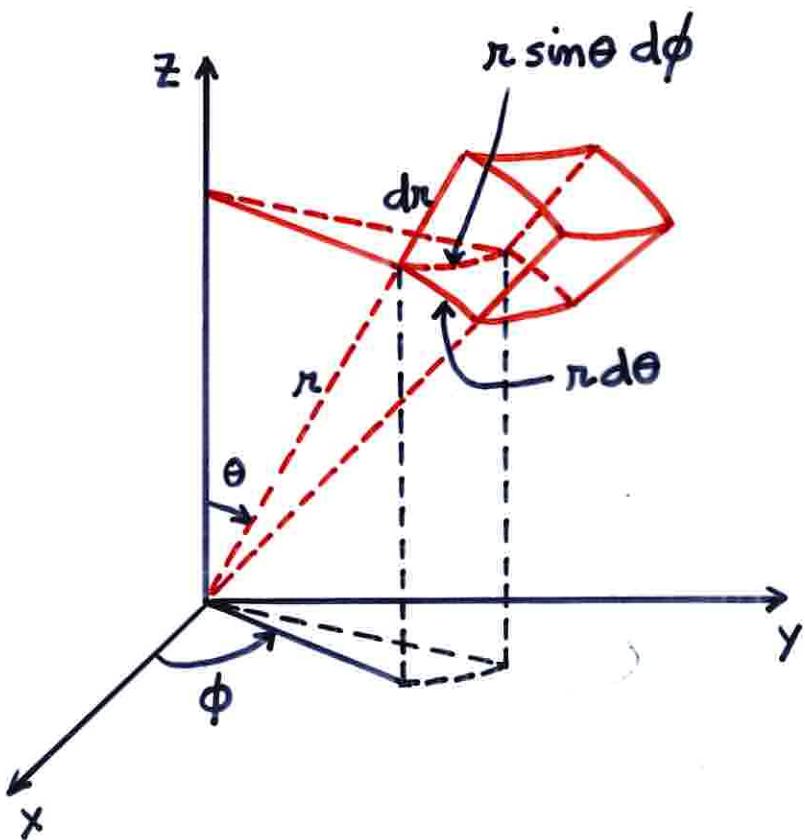
$$P(r, \theta, \phi)$$

Elemento de volume em coordenadas cilíndricas



$$dV = r d\phi dr dz$$

Elemento de volume em coordenadas esféricas



$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$$

NOTA

Algumas figuras foram retiradas ou adaptadas dos seguintes livros:

- INTRODUÇÃO À FÍSICA, J. Dias de Deus et al.
- UNIVERSITY PHYSICS, Harris Benson
- MODERN PHYSICS, John E. Williams et al.