Escola Quark / Olimpíadas Internacionais de Física — 2013

Electromagnetismo — II

1. Um fio está enrolado uniformemente em torno de um cilindro de comprimento L e raio a (com $L >> a$), descrevendo N espiras. Sendo $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ a corrente que percorre o fio condutor (com I_0 constante e ω designando a frequência angular), determinar a corrente induzida numa espira quadrada, de resistência R colocada num plano perpendicular ao eixo do solenóide, nas seguintes situações:

   a) a espira tem lado ℓ_1 e está totalmente no interior do solenóide;

   b) a espira tem lado $\ell_2 > 2a$ e "contém" o solenóide no seu interior.

2. Considerar uma bobina de comprimento ℓ, formada por N espiras circulares de raio a ($a \ll \ell$), uniformemente distribuídas. Aos terminais desta bobina, de indutância L e resistência desprezável, é aplicada uma tensão variável $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$, com V_0 e ω constantes.

   Nota: a queda de tensão nos extremos de uma bobina de resistência desprezável é $L\frac{dI}{dt}$

   a) Tomando para eixo dos zz o eixo da bobina, verificar que o campo magnético no interior desta pode ser descrito pela expressão $\vec{B}(t) \simeq B_0 \sin(\omega t)\, \hat{e}_z$. Determinar a expressão de B_0.

   b) Para avaliar a correcção da expressão de B_0, colocou-se uma pequena bobina de comprimento $\ell' = \ell/4$, raio $a' = a/4$, e com a mesma densidade de espiras (n'=n), no interior da bobina maior, coaxial com esta, e mediu-se a amplitude, ε_0, da força electromotriz induzida na bobina pequena. Obter a expressão que permite relacionar B_0 com ε_0.

   c) Se se deslocar a bobina pequena ao longo do eixo, aproximando-a das extremidades da bobina maior, o valor de ε_0 que se mede deverá aumentar, diminuir ou manter-se? Justificar a resposta.

3. Um anel circular de cobre é posto a rodar em torno de um diâmetro vertical, no campo magnético da Terra. Nessa região o campo magnético (densidade de fluxo magnético) tem de intensidade 44,5 μT e faz um ângulo de 64° para baixo, com a horizontal.

   Sabendo que a densidade do cobre é $8,90 \times 10^3$ kg/m^3 e que a sua resistividade é $1,7 \times 10^{-8}\ \Omega\,$m, determinar quanto tempo deve decorrer até que a velocidade angular de rotação do anel se reduza a metade.

   Nota: O intervalo de tempo referido é muito longo em comparação com um ciclo de rotação do anel.

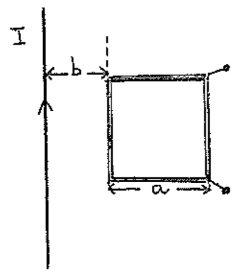
   (Desprezam-se os efeitos de atrito e ignoram-se os efeitos de auto-indução.)

4. Considerar um circuito oscilador ideal, formado por um condensador de capacidade C, inicialmente carregado com a carga Q_0, e uma bobina de indutância L e resistência desprezável.

   Verificar que as energias armazenadas no condensador e na bobina são iguais nos instantes $t = (2n+1)\,\frac{\pi}{4}\,\sqrt{LC}$ $\quad (n = 0, 1, 2, ...)$ e dadas por metade da energia do condensador no instante $t = 0$.

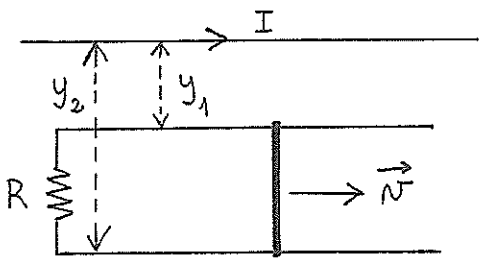
5. Pretende-se medir o valor eficaz da corrente alternada $I = I_0 \sin \omega t$ que percorre um fio rectilíneo, sem inserir um amperímetro no circuito. Para isso coloca-se um conjunto de N espiras quadradas de lado a à distância b do fio e mede-se o valor eficaz ε_{ef} da força electromotriz induzida nas espiras.

   a) Determinar a expressão do campo magnético $\vec{B}$, à distância r de um fio muito longo percorrido pela corrente I.
   b) Obter a expressão do valor eficaz da corrente que percorre o fio, I_{ef}, em função do valor eficaz, ε_{ef}, da força electromotriz medida nas espiras.



6. A figura mostra um fio rectilíneo infinito percorrido por uma corrente estacionária I, colocado paralelamente a dois trilhos metálicos ligados por uma resistência R. Apoiada sobre os trilhos desliza com velocidade constante $\vec{v}$ uma barra condutora de resistência desprezável.

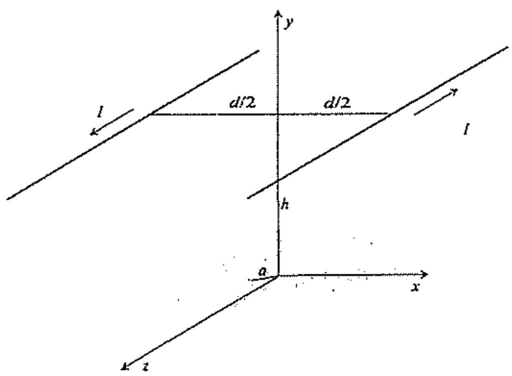
   a) Determinar a expressão da força electromotriz induzida no circuito.
   b) Calcular a força que é necessário aplicar sobre a barra para que esta mantenha a sua velocidade constante.
   c) Determinar a potência que é fornecida ao circuito.



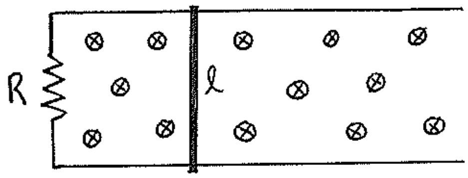
7. Dois fios rectilíneos muito longos, paralelos entre si, são percorridos por correntes alternadas $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. Os fios estão no plano $y = h$ e situados em $x = d/2$ e $x = -d/2$.

   a) Determinar o campo $\vec{B}$ criado no ponto $\mathcal{O}(0,0,0)$, origem do referencial cartesiano.
   b) No referido ponto $\mathcal{O}$ e perpendicularmente ao eixo dos yy é colocada uma moeda (um disco condutor) de raio a e espessura b muito pequena. Admitindo que o campo $\vec{B}$ é uniforme em toda a moeda ($a \ll h$), determinar o campo eléctrico $\vec{E}(r,t)$ nela induzido.
   c) Calcular a potência média dissipada na moeda.

   Nota: A relação entre a densidade de corrente e o campo eléctrico num condutor é $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, onde σ designa a condutividade do material, considerada constante.

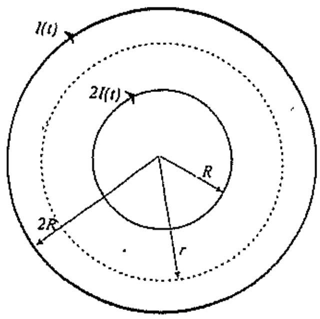


8. Uma barra metálica de massa m e comprimento ℓ desliza sem atrito sobre trilhos de resistência desprezável ligados por uma resistência R. Este circuito está colocado numa região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular ao plano do circuito. A velocidade inicial da barra é v_0 e não está aplicada nenhuma força exterior sobre ela.



a) Mostrar que a velocidade da barra varia de acordo com a expressão $v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}$, com $\tau = m\,R/(B\,\ell)^2$.
b) Determinar a distância percorrida pela barra até parar.
c) Mostrar que a energia eléctrica dissipada no circuito é $\frac{1}{2}m\,v_0^2$.

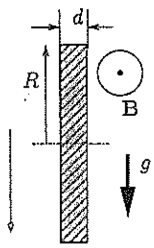
9. Considerar dois solenóides coaxiais muito longos, o interior de raio R e o exterior de raio $2R$. Os solenóides têm o mesmo número de voltas por unidade de comprimento, n e inicialmente a corrente é nula em ambos. A partir do instante em que se estabelece corrente nos circuitos, verifica-se que, em ambos os solenóides, a corrente cresce linearmente com o tempo. Em qualquer instante, a corrente no solenóide interior é dupla da do solenóide exterior e ambas as correntes fluem no mesmo sentido. A figura mostra a secção recta do sistema. Considerar $I(t) = kt$, com k constante.



Devido a estas correntes variáveis com o tempo, verifica-se que uma partícula carregada, inicialmente em repouso entre os dois solenóides, passa a mover-se numa trajectória circular de raio r, como se mostra na figura.

a) Determinar a expressão do campo magnético em todo o espaço.
b) Determinar o campo eléctrico entre os dois solenóides.
c) Calcular o raio r da circunferência descrita pela partícula.

10. Um disco metálico de massa m e raio R cai verticalmente numa região onde existe um campo magnético uniforme de intensidade B (ver figura). O campo magnético é paralelo à superfície da Terra e ao plano do disco. O disco tem uma espessura d muito menor do que o seu raio e a aceleração da gravidade é g.



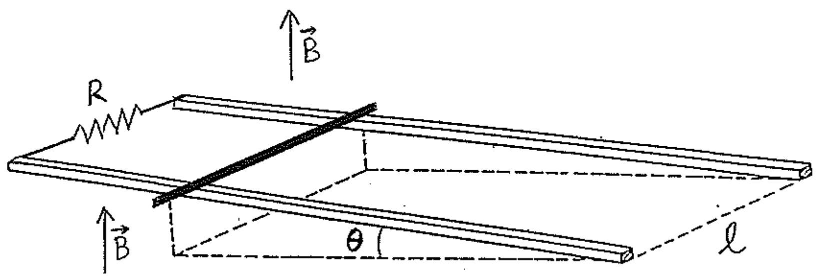
a) Determinar a distribuição de cargas no disco.
b) Obter a expressão da aceleração a do disco.
c) De quanto difere, percentualmente, a de g? (É necessário estimar realisticamente o valor de alguns dos parâmetros do problema.)

11. A figura representa uma barra condutora de massa m que pode deslizar sem atrito ao longo de dois carris paralelos, separados de uma distância ℓ e ligados entre si pela resistência R. São desprezáveis as resistências dos carris e da barra. Os carris estão apoiados num plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal. Este dispositivo está colocado numa região onde existe um campo magnético constante $\vec{B}$, vertical e dirigido para cima.

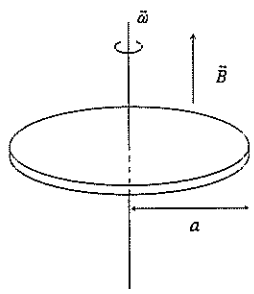
a) Determinar a expressão da corrente induzida no circuito, quando a barra está a descer com velocidade $\vec{v}$. Marcar no esquema do circuito o sentido da corrente.

b) Mostrar que a barra atinge uma velocidade terminal constante, $\vec{v}_t$, e determinar a expressão desta velocidade.

c) Comparar a potência dissipada na resistência R com a variação por unidade de tempo da energia mecânica da barra, quando esta percorre a distância d com a velocidade $\vec{v}_t$. Comentar o resultado obtido.



12. Um disco metálico de massa m e raio a está colocado numa região onde existe um campo magnético uniforme , $\vec{B}$, paralelo ao eixo do disco. Quando o disco é colocado a girar em torno do eixo com velocidade angular $\vec{\omega}$, estabelece-se uma diferença de potencial V entre a borda do disco e o eixo de rotação.



a) Considerando que a velocidade angular $\vec{\omega}$ e o campo magnético $\vec{B}$ têm o mesmo sentido, mostrar que, quando se atinge o regime estacionário, a diferença de potencial V é dada pela expressão $V = \phi/T$, em que ϕ é o fluxo do campo magnético através do disco e T o período de rotação.

b) Quando se liga uma resistência R entre o eixo e um ponto da borda do disco, passa uma corrente no circuito. Nestas condições, a energia cinética de rotação do disco E_c diminui com o tempo, devido ao efeito Joule, de acordo com a equação

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = -\frac{E_c}{\tau} ,$$

onde τ designa um tempo característico. Exprimir τ em função dos parâmetros conhecidos.

c) Os resultados obtidos para discos são válidos para cilindros. Verificou-se experimentalmente que um cilindro de cobre de massa $m = 1\,\mathrm{kg}$ e raio $a = 2\,\mathrm{cm}$, colocado num campo $B = 1$ T e com uma resistência de $10\,\Omega$ entre o eixo e a borda, parou cerca de 10 minutos depois de começar a girar. Pode-se explicar esta observação considerando apenas a dissipação de energia por efeito Joule na resistência? Justificar a resposta.